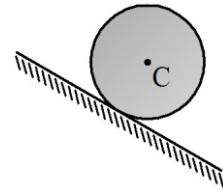


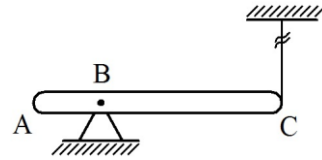
6.4.- PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda por efecto de la gravedad en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal; determinar:

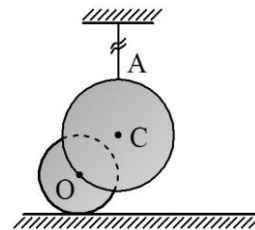
- Las componentes de la reacción generada por la superficie.
- El coeficiente de roce mínimo necesario para prevenir el deslizamiento del disco.



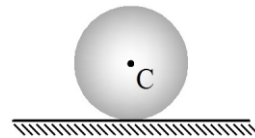
2.- La barra AC de longitud L y peso P está articulada a tierra en B y sujeta a una cuerda en su extremo C , que la mantiene en posición horizontal. Si se corta la cuerda, y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar a que distancia del extremo A de la barra debe colocarse la articulación para que la componente vertical de la fuerza reactiva generada por la misma, sea igual a $P/3$ en dicho instante.



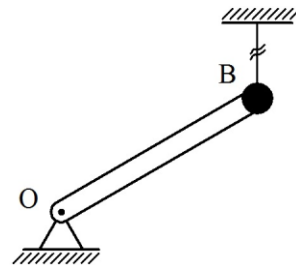
3.- El disco de centro C y masa m se sujeta a tierra mediante una cuerda en A , y además se articula en O mediante un pasador ideal[†] al centro de otro disco, de radio R y masa despreciable. Este segundo disco se apoya en la superficie horizontal lisa fija a tierra. En la configuración mostrada la vertical y la horizontal trazadas por C son tangentes al disco inferior. Si se corta la cuerda, y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar las reacciones generadas por el pasador sobre el disco superior para dicha configuración.



4.- La esfera de centro C , radio R y peso P rueda en la superficie horizontal fija a tierra, y gira en sentido antihorario debido a la acción de la fuerza horizontal de magnitud constante Q , aplicada hacia la izquierda; determinar la altura h medida desde la superficie a la que se debe aplicar la fuerza, para que la fuerza de roce en el contacto sea nula.

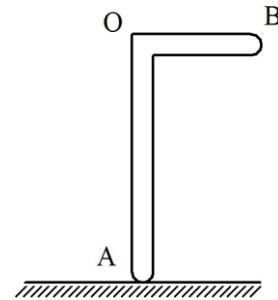


5.- La esfera de radio despreciable y masa $2m$ está unida al extremo superior de la barra OB de longitud L y masa m . La barra está articulada a tierra en O , y sujeta a una cuerda en B . En la configuración mostrada la barra forma 30° con la horizontal. Si se corta la cuerda, y se inicia el movimiento de la barra por efecto de la gravedad; determinar las componentes de la reacción que genera la articulación O para dicho instante.

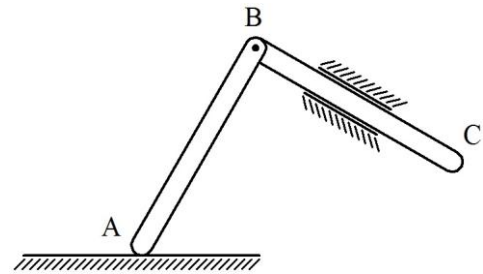


[†] El pasador ideal no genera resistencia a la rotación relativa entre los cuerpos conectados

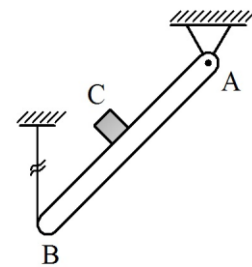
6.- La pieza rígida en forma de L invertida de peso $3P$, está formada por las barras OA y OB de longitudes $2b$ y b respectivamente. El extremo A de la pieza se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. Si para la configuración mostrada la barra OA es vertical; determinar la altura h , medida desde la superficie a la que se debe aplicar la fuerza horizontal de magnitud constante P dirigida hacia la derecha, para que la pieza se traslade respecto a tierra.



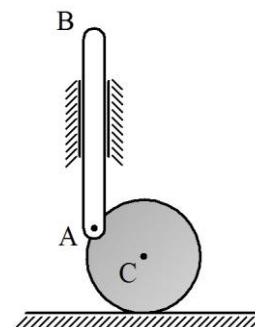
7.- Las barras AB y BC de igual longitud L e igual peso P están articuladas mediante un pasador ideal en B . El extremo A de la barra AB se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra y la barra BC se mueve en la guía lisa, también fija a tierra e inclinada 30° con la horizontal. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde las barras forman 90° entre ellas; determinar el vector aceleración del extremo C de la barra BC respecto a tierra para dicha configuración.



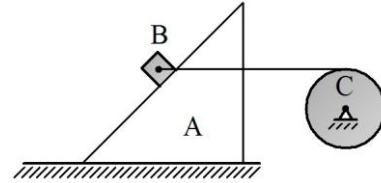
8.- La barra AB de longitud $4L$ y peso $3P$ está articulada a tierra en A , y sujeta mediante una cuerda en B . El bloque C de dimensiones despreciables y peso P se apoya en el punto medio de la barra. Si para la configuración mostrada donde la barra forma 45° con la horizontal, se corta la cuerda y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar el mínimo coeficiente de roce que debe existir entre el bloque y la barra para evitar el deslizamiento en dicha configuración.



9.- El disco de centro C , radio R y peso P se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La barra AB también de peso P articulada a la periferia del disco en A mediante un pasador ideal, se mueve en la guía vertical lisa igualmente fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde CA forma 30° con la horizontal; determinar el vector aceleración angular de la barra respecto al disco para dicha configuración.

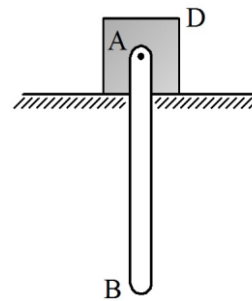


10.- La cuña A se mueve en la superficie horizontal fija a tierra. El bloque B de masa m se apoya en la cara de la cuña, inclinada 45° con la horizontal, y además se une a la cuerda que se enrolla al disco de radio R y masa m articulado a tierra en su centro C. Si el coeficiente de roce entre el bloque y la cuña es $0,5$; determinar la menor aceleración hacia la izquierda que debe tener la cuña respecto a tierra, para que el bloque no deslice sobre ella.

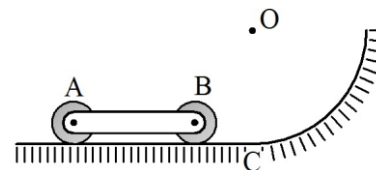


El tramo de cuerda entre el bloque y el disco es horizontal.

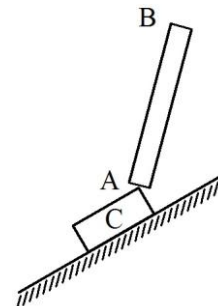
11.- El bloque D de peso P se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La barra AB de longitud L y peso P se articula en A al bloque mediante un pasador ideal. Si para la configuración mostrada el sistema se encuentra en reposo, donde \overline{AB} es vertical y se aplica en el extremo B de la barra la fuerza horizontal de magnitud $2P$ dirigida hacia la derecha; determinar el vector aceleración del bloque respecto a tierra para el instante inicial del movimiento.



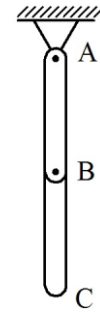
12.- La barra AB de longitud L y peso P está articulada en sus extremos mediante pasadores ideales a rodillos de radios y pesos despreciables. Los rodillos se mueven en la superficie lisa fija a tierra con velocidad de magnitud constante v hacia la derecha; determinar la reacción que ejerce la superficie sobre cada uno de los rodillos, para el instante inmediatamente después que el rodillo derecho pasa por el punto de empalme C del tramo horizontal y el tramo circular de centro O y radio R . O y C están en la misma vertical.



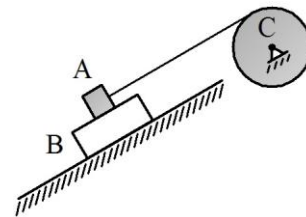
13.- La barra AB de longitud L y peso P se apoya en el borde superior del bloque C, que asciende en la superficie fija a tierra, inclinada 30° respecto a la horizontal. Si la magnitud del vector aceleración del bloque respecto a tierra es constante e igual a $\sqrt{3}g$; determinar el ángulo θ de inclinación de la barra con la horizontal para que ésta no gire.



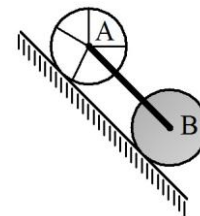
14.- La barra AB de longitud L y peso P está articulada a tierra en A . La barra BC de longitud L y peso P se articula a la barra AB mediante un pasador ideal en B . Si el sistema está en reposo con las dos barras alineadas verticalmente; determinar la distancia vertical d ($d > L$) medida desde A , a la que se debe aplicar la fuerza horizontal de magnitud Q dirigida hacia la derecha, para que el sistema formado por las dos barras se mueva inicialmente como un cuerpo rígido.



15.- El bloque B de peso $2P$ se mueve en la superficie lisa, fija a tierra e inclinada un ángulo θ con la horizontal. El bloque A de peso P se apoya en la cara superior del bloque B, y se une a la cuerda que se enrolla en el disco de radio R y peso P articulado a tierra en su centro C . Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad, el tramo de cuerda ubicado entre el bloque A y el disco es paralelo a la superficie y el coeficiente de roce entre ambos bloques es $2/7$; determinar el valor del ángulo θ para que el bloque A no deslice respecto al bloque B.



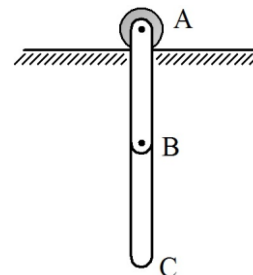
16.- El aro y el disco tienen igual radio R y pesos P y $4P$ respectivamente. Sus centros A y B están unidos mediante la barra ideal AB. Si el aro y el disco ruedan en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal y se mueven por efecto de la gravedad; determinar:



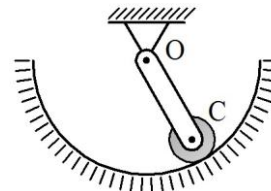
- La fuerza que se transmite a la barra.
- El vector aceleración de la barra respecto a tierra.
- Las componentes de la reacción que genera la superficie sobre el aro.
- ¿Cuál debe ser el mínimo coeficiente de roce que garantiza la rodadura de ambos cuerpos?

Los rayos del aro son de peso despreciable.

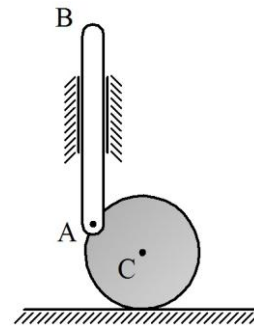
17.- La barra AB de longitud L y peso P se articula en A mediante un pasador ideal al rodillo de radio y peso despreciables, que se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La barra BC de longitud L y peso P se articula mediante otro pasador ideal en B a la barra AB. Si las barras están originalmente en reposo alineadas verticalmente, y se aplica en A la fuerza horizontal hacia la derecha de magnitud $2P$; determinar el vector aceleración angular que adquiere la barra AB respecto a tierra para el instante inicial de movimiento.



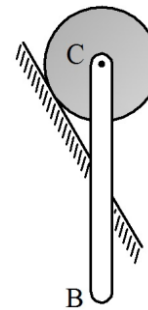
18.- La barra OC de peso P está articulada a tierra en O, su extremo C se articula mediante un pasador ideal al centro del disco de radio R y peso P que rueda en la superficie circular de centro O y radio 5R fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra forma 60° con la horizontal; determinar el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra para dicha configuración.



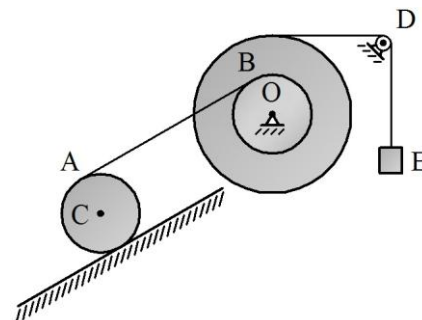
19.- El disco de centro C, radio R y peso P se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La barra AB también de peso P se articula a la periferia del disco mediante un pasador ideal en A, y se mueve en la guía vertical lisa igualmente fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{CA} forma 30° con la horizontal; determinar la fuerza reactiva que genera la superficie sobre el disco para el instante cuando \overline{CA} es horizontal.



20.- El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 60° con la horizontal. La barra CB de longitud 3R y peso 2P se articula en C mediante un pasador ideal al centro del disco. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es vertical; determinar el vector aceleración del extremo B de la barra respecto a tierra y las componentes de la reacción que genera el pasador sobre el centro del disco para dicha configuración.

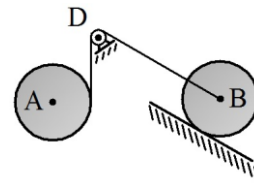


21.- Las poleas concéntricas rígidamente unidas se articulan a tierra en O, la polea mayor tiene radio 2R y peso 2P, la menor tiene radio R y peso P. El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 30° con la horizontal. La cuerda que se enrolla alrededor del disco, también lo hace en la polea de menor radio de manera que el tramo AB es paralelo a la superficie. Otra cuerda se enrolla en la polea de mayor radio, pasa por la polea D de radio y peso despreciables, articulada a tierra. Esta cuerda se une en su extremo al bloque E de peso 3P. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad; determinar el vector aceleración del bloque respecto a tierra.

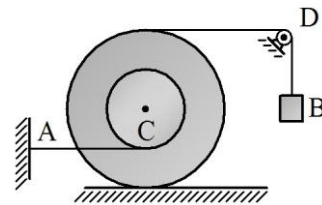


Para efectos del cálculo de los momentos de inercia, las poleas se consideran como discos.

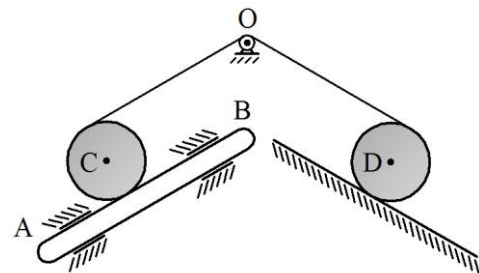
22.- El disco de centro A, radio R y peso P está enrollado a la cuerda que pasa por la polea D de radio y peso despreciables articulada a tierra. La cuerda se une en su extremo al centro B de otro disco, de radio R y peso $51P/7$ que rueda en la superficie fija a tierra, inclinada un ángulo θ con la horizontal. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad; determinar el valor del ángulo θ para que los centros A y B desciendan alineados horizontalmente.



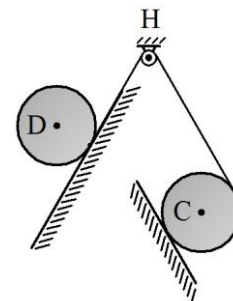
23.- La pieza compuesta de peso $3P$ formada por dos discos concéntricos rígidamente unidos se mueve en la superficie rugosa horizontal. El disco mayor es de radio $2R$, y el menor es de radio R . En el disco menor se enrolla la cuerda, cuyo extremo se une en A a la pared vertical fija a tierra. Al disco mayor se enrolla otra cuerda que pasa por la polea D de radio y peso despreciables, articulada a tierra. Esta cuerda se une en su extremo al bloque B de peso P . Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad, y el coeficiente de roce entre el disco mayor y la superficie es $0,5$; determinar el vector aceleración del centro C de la pieza respecto a tierra. El tramo de cuerda entre A y el disco de menor radio, y el tramo de cuerda entre el disco de mayor radio y la polea D son horizontales.



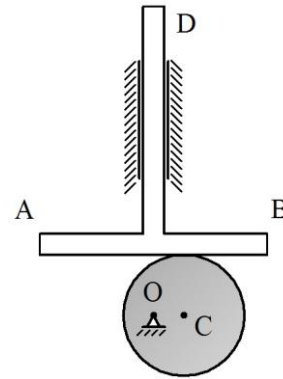
24.- Los discos de centros C y D de igual radio R y pesos P y $8P$ respectivamente, están conectados mediante la cuerda que se enrolla alrededor de sus respectivas periferias, pasa por la polea O de radio y peso despreciables, articulada a tierra. El disco de centro C rueda en la barra AB de peso Q que se mueve en las guías lisas, fijas a tierra e inclinadas 30° con la horizontal. El disco de centro D rueda en la superficie fija a tierra, inclinada también 30° con la horizontal. El tramo de cuerda ubicado a la izquierda de O es paralelo a la barra, mientras que el tramo de cuerda ubicado a la derecha de O es paralelo a la superficie. Si el sistema se mueve debido a la acción de la gravedad; determinar el valor del peso Q para que el centro C no se mueva respecto a tierra.



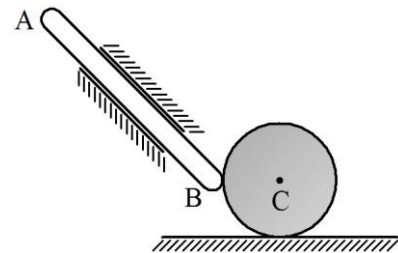
25.- Los discos de centro C y D ambos de radio R y masa m están conectados mediante la cuerda que se enrolla en sus respectivas periferias, pasa por la polea H de radio y masa despreciables, articulada a tierra. El disco de centro C rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 60° con la horizontal. El tramo de cuerda ubicado a la izquierda de H se mantiene en contacto con la superficie lisa, igualmente fija a tierra que también forma 60° con la horizontal, mientras que el tramo de cuerda ubicado a la derecha de H es paralelo a la superficie. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad; determinar el vector aceleración angular del disco de centro D respecto a tierra.



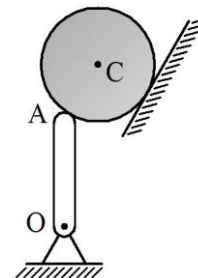
26.- La leva excéntrica circular de centro C , radio R y peso P está articulada a tierra en O . El vástago del seguidor de cara plana también de peso P se mueve en la guía vertical lisa fija a tierra, la cara AB es horizontal y está en contacto con la superficie lisa de la leva. El centro de rotación O de la leva está ubicado en el eje longitudinal del vástago y la distancia OC (excentricidad) es $R/2$. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OC} es horizontal; determinar el vector aceleración angular del seguidor respecto a la leva para dicha configuración.



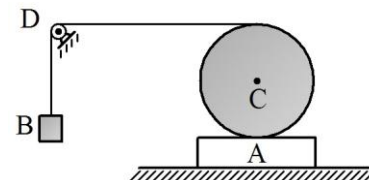
27.- El disco de centro C , radio R y masa m se mueve en la superficie horizontal rugosa fija a tierra. La barra AB de masa $2m$ cuyo extremo B está en contacto con la periferia lisa del disco se mueve en la guía lisa, también fija a tierra e inclinada 45° con la horizontal. Si para la configuración mostrada \overline{BC} es horizontal, el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo; determinar el mínimo valor del coeficiente de roce entre el disco y la superficie que garantiza la rodadura del mismo para dicha configuración.



28.- La barra OA de longitud $2R$ y masa m está articulada a tierra en O , y se apoya en A a la periferia lisa del disco de centro C , radio R y masa m que rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 60° con la horizontal. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es vertical y \overline{AC} es paralelo a la superficie; determinar el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra para dicha configuración.

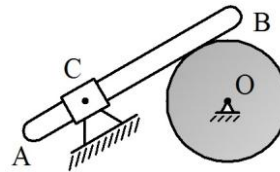


29.- El bloque A se mueve en la superficie horizontal fija a tierra con aceleración de magnitud constante "a" hacia la derecha. El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la cara superior horizontal del bloque A . En la periferia del disco se enrolla la cuerda que pasa por la polea D de radio y peso despreciables, articulada a tierra. La cuerda se une en su extremo al bloque B de peso P . Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad, y el tramo de cuerda entre la polea y el disco es horizontal; determinar el vector aceleración angular del disco respecto a tierra. ¿Cuál debe ser la magnitud "a" del vector aceleración del bloque A , para que el centro del disco no se mueva respecto a tierra?

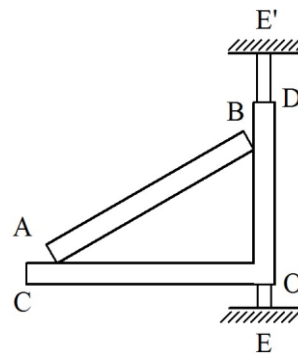


30.- La barra AB de masa m se mueve en el collar liso articulado a tierra en C, y se apoya en la periferia del disco de radio R y masa m , articulado a tierra en O. Si no existe deslizamiento entre la barra y el disco, y el sistema se mueve por efecto de la gravedad; determinar el vector aceleración angular del disco respecto a tierra.

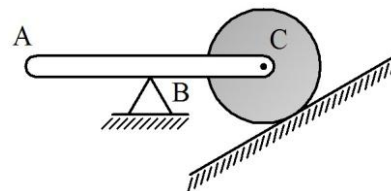
La distancia entre O y C es $2R$ y ambas partículas están en la misma horizontal.



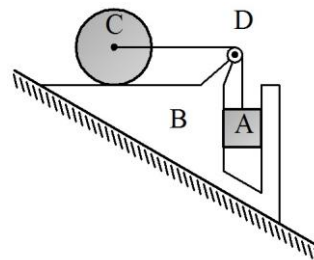
31.- La pieza en forma de L es de peso despreciable y su tramo hueco OD se mueve en la guía vertical EE' fija a tierra. La barra AB de longitud L y peso P apoya su extremo A en el tramo rugoso OC de la pieza, su extremo B se apoya en el tramo liso OD de la misma. Si para la configuración mostrada la barra AB forma 30° con la horizontal y la pieza inicia el movimiento a partir del reposo con una aceleración "a" hacia arriba; determinar el mínimo coeficiente de roce que debe existir entre el tramo OC y el extremo A de la barra, para que ésta no se mueva respecto a la pieza.



32.- El disco de centro C, radio R y masa m rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 30° con la horizontal. La barra de longitud L y masa m está articulada en su extremo derecho al centro del disco y se apoya en el vértice B liso fijo a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra está horizontal y el vértice está ubicado en el punto medio de la misma; determinar el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.

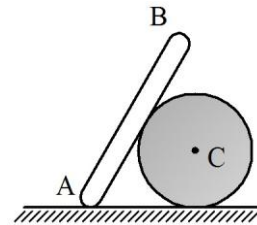


33.- El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la cara horizontal de la pieza ranurada B que se mueve en la superficie fija a tierra, inclinada 30° con la horizontal. El bloque A de peso P se mueve en la ranura vertical lisa de la pieza, y se une al centro del disco mediante la cuerda que pasa por la polea D de radio y peso despreciables, articulada a la pieza. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad; determinar la aceleración "a" ascendente que se le debe imprimir a la pieza, para que la trayectoria del centro del disco respecto a tierra sea vertical.

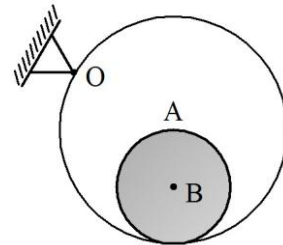


34.- El disco de centro C , radio R y masa m rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB también de masa m se apoya en su punto medio a la periferia del disco, y su extremo A se mueve en dicha superficie. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra forma 60° con la horizontal, y no hay deslizamiento entre el disco y la barra; determinar el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.

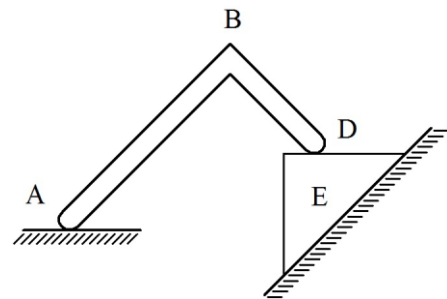
El roce en el extremo A de la barra es despreciable.



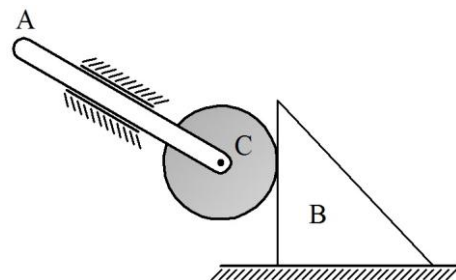
35.- El aro de centro A , radio R y masa m está articulado a tierra en O . El disco de centro B , radio $R/2$ y masa m rueda en el aro. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde OA forma 30° con la horizontal y los centros A y B están en la misma vertical; determinar el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



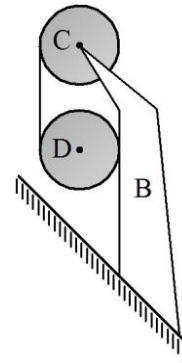
36.- La pieza ABD está formada por dos barras perpendiculares rígidamente unidas en B , la barra AB es de longitud $2L$ y masa m , la barra BD es de longitud L y masa despreciable. El extremo A se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra, y el extremo D se mueve en la cara horizontal lisa del bloque E , también de masa m que a su vez se mueve en la superficie lisa, fija a tierra e inclinada 45° respecto a la horizontal. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra AB forma 45° con la horizontal; determinar el vector aceleración del bloque respecto a tierra para dicha configuración.



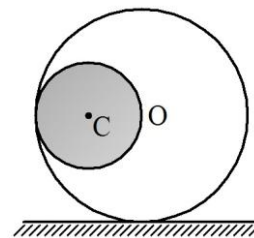
37.- El disco de centro C , radio R y masa $2m$ rueda en la cara vertical del bloque B de masa m , que se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La barra AC de masa despreciable tiene su extremo C articulado al centro del disco, y se mueve en la guía lisa, fija a tierra e inclinada 30° con la horizontal. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada; determinar el vector aceleración del bloque respecto a tierra para dicha configuración.



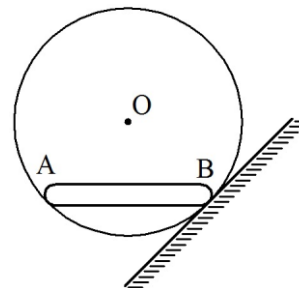
38.- Los discos de centros C y D son de igual radio R e igual masa m. El disco superior está articulado en su centro a la arista de la pieza B, que se mueve en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal. El disco inferior rueda en la cara vertical de la pieza. Si los discos están conectados mediante la cuerda enrollada en sus respectivas periferias y sus centros se encuentran en la misma vertical; determinar la aceleración ascendente "a" que se le debe imprimir a la pieza respecto a tierra, de manera que el vector aceleración de D respecto a tierra sea horizontal.



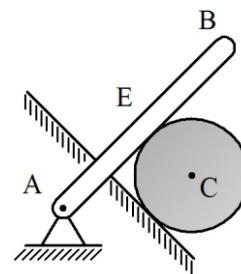
39.- El aro de centro O, radio $2R$ y masa m rueda en la superficie horizontal fija a tierra. El disco de centro C, radio R y masa m rueda en la superficie interior del aro. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde los centros están en la misma horizontal; determinar el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



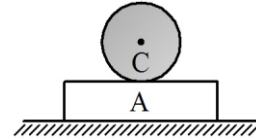
40.- El aro de centro O, radio R y peso P rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal. La barra AB también de peso P se apoya en la superficie lisa interior del aro. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es horizontal, y OB es perpendicular a la superficie; determinar el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra para dicha configuración.



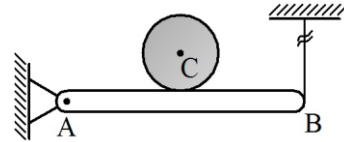
41.- La barra AB de longitud $4R$ y masa m está articulada a tierra en A, y se apoya a la periferia del disco de centro C, radio R y masa m que se mueve en la superficie lisa, fija a tierra e inclinada 45° con la horizontal. Si no existe deslizamiento en el contacto entre el disco y la barra, el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es perpendicular a la superficie y la distancia desde A hasta el punto de contacto E es $2R$ en la dirección de la barra; determinar el vector aceleración del centro del disco respecto a tierra para dicha configuración.



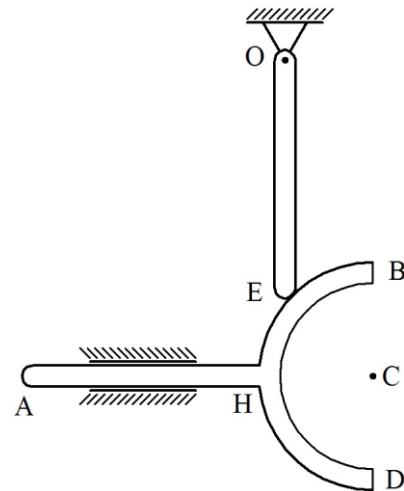
42.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la cara superior horizontal del bloque A también de peso P , que se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento debido a la aplicación sobre el bloque de la fuerza horizontal de magnitud P hacia la derecha; determinar el vector aceleración que adquiere el centro del disco respecto a tierra para dicho instante.



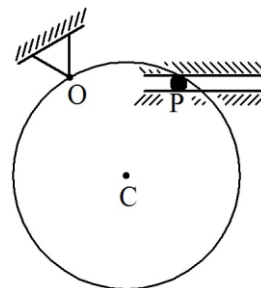
43.- El disco de centro C , radio R y peso P se apoya en el punto medio de la barra horizontal AB de longitud $4R$ y peso P , articulada a tierra en A y suspendida mediante una cuerda en B . Si se corta la cuerda, el roce entre la barra y el disco es lo suficientemente grande para garantizar la rodadura y el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar el vector aceleración angular de ambos cuerpos respecto a tierra para dicho instante.



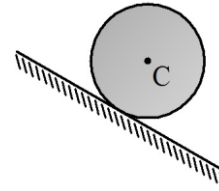
44.- La pieza rígida en forma de horquilla está formada por la barra AH de masa m que se mueve en la guía horizontal lisa fija a tierra, y el semiaro DB de radio R y masa despreciable cuyo centro C está en el eje longitudinal de la barra AH . La barra OE de longitud $2R$ y masa $3m$ está articulada a tierra en O y apoya su extremo E en la superficie lisa del semiaro. Si el sistema inicia el movimiento debido a la aplicación de la fuerza horizontal hacia la derecha en el centro de masa de la barra OE , desde la configuración mostrada donde \overline{CE} forma 45° con la horizontal y la barra OE es vertical; determinar la magnitud de esta fuerza, para que la pieza adquiera una aceleración $g/2$ respecto a tierra para dicha configuración.



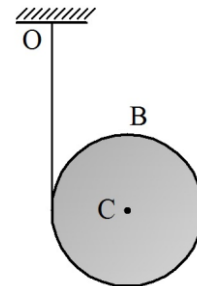
45.- El pasador P de masa m se mueve en la guía horizontal lisa, fija a tierra y simultáneamente permanece en contacto con la superficie interna lisa del aro de centro C , radio R y masa $2m$ que está articulado a tierra O . Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la dirección \overline{OC} forma 30° con la vertical; determinar el vector aceleración angular del aro respecto a tierra para dicha configuración. O y P están en la misma horizontal.



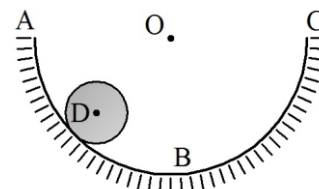
46.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal. Si el disco inicia su movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo; determinar su velocidad angular para el instante cuando ha dado una vuelta.



47.- La cuerda enrollada en el disco de centro C , radio R y peso P tiene su extremo unido a tierra en O . Si el sistema cuerda-disco se considera como un yoyo que inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el radio CB es vertical; ubicar el punto de mayor velocidad del yoyo y calcular su valor, para el instante cuando la partícula B vuelve a tener velocidad nula respecto a tierra.

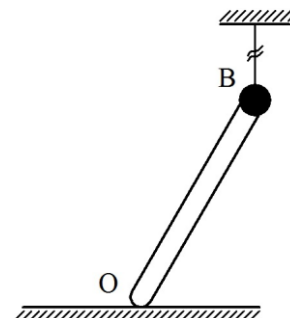


48.- El disco de centro D , radio R y peso P se mueve en la superficie semicircular ABC de centro O y radio $4R$ fija a tierra. El tramo AB es rugoso, y se garantiza la rodadura del disco en el mismo, el tramo BC es liso. Si el disco inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OD} forma 45° con la horizontal; determinar el ángulo φ que forma \overline{OD} con la vertical OB , correspondiente a la posición más alta del centro del disco en el tramo liso.

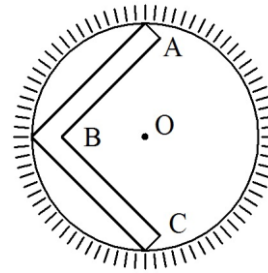


A, O y C están en la misma horizontal.

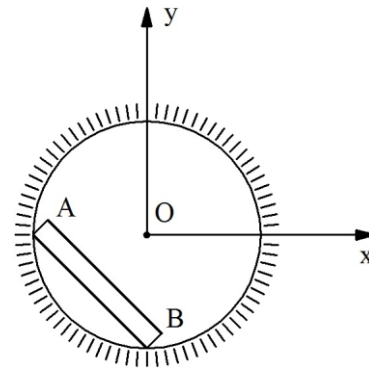
49.- La esfera de radio despreciable y peso $2P$ está unida en B a la barra OB de longitud L y peso P . La barra está sujeta en B por una cuerda, y su extremo O se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. Bajo estas condiciones la barra está en equilibrio y forma 60° con la horizontal. Si se corta la cuerda, y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar la velocidad angular de la barra para el instante cuando ésta forma 30° con la horizontal.



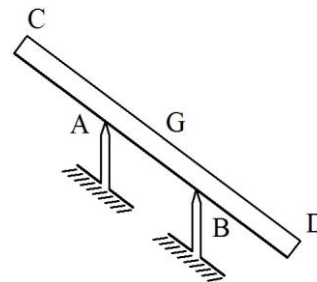
50.- La pieza rígida en forma de L está formada por dos barras de igual peso P . Los extremos A , C y el vértice B están en contacto con la superficie circular lisa de centro O y radio R fija a tierra. Si la pieza inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde A , O y C están en la misma vertical y \overline{OB} es horizontal; determinar la velocidad angular de la pieza para el instante cuando la barra BC pasa por la horizontal.



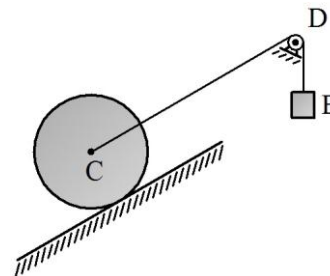
51.- La barra AB de peso P se apoya sobre la plataforma horizontal fija a tierra, y sus extremos se mueven en la superficie circular lisa de centro O y radio R fija a la plataforma. Si para la configuración mostrada donde \overline{OA} es colineal al eje x y además perpendicular a \overline{OB} , la barra está en reposo y se inicia el movimiento debido a la aplicación en el extremo A de la fuerza de magnitud constante P siempre perpendicular a la barra, dirigida hacia abajo y contenida en el plano de la plataforma; determinar la velocidad del extremo A de la barra para el instante cuando ésta es paralela a la dirección del eje x indicado. El campo gravitacional actúa en dirección perpendicular al plano de la plataforma.



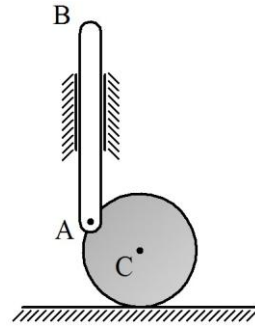
52.- La barra CD de longitud $3L/2$ y peso P se apoya en los vértices A y B fijos a tierra. El contacto en A es liso y en B es rugoso. Si la barra inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde su centro de masa G está equidistante de ambos vértices; determinar el coeficiente de roce que debe existir en el contacto B , de manera que la velocidad del centro de masa cuando pasa por dicho vértice sea igual a $\sqrt{3gL/20}$. La inclinación de la barra con la horizontal está dada por: $\text{tg } \alpha = 3/4$ y la distancia entre ambos vértices, medida en la dirección de la barra es $L/2$.



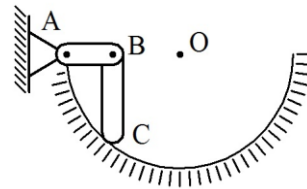
53.- El disco de centro C , radio R y masa m rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 30° con la horizontal. El centro del disco se une a la cuerda que pasa por la polea D de radio y masa despreciables articulada a tierra y se une en su extremo al bloque E también de masa m . Si el tramo de cuerda entre C y D es paralelo a la superficie, el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la separación vertical entre el centro del disco y el bloque es h ; determinar la velocidad del bloque respecto a tierra para el instante cuando el centro del disco y el bloque están en la misma horizontal.



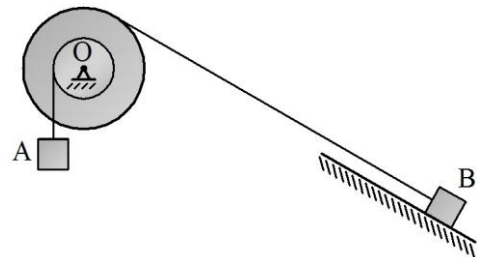
54.- El disco de centro C , radio R y peso P se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La barra AB también de peso P está articulada a la periferia del disco en A mediante un pasador ideal, y se mueve en la guía vertical lisa igualmente fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{CA} forma 30° con la horizontal; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante cuando el extremo A de la barra y el centro del disco están en la misma horizontal.



55.- La barra AB de longitud R y masa m está articulada a tierra en A , su extremo B se articula a la barra BC también de masa m , cuyo extremo C se mueve en la superficie circular lisa de centro O y radio $2R$ fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde A , B y O están en la misma horizontal, la barra AB es horizontal y la barra BC es vertical; determinar la velocidad angular de la barra AB respecto a tierra para el instante cuando ambas barras son colineales.

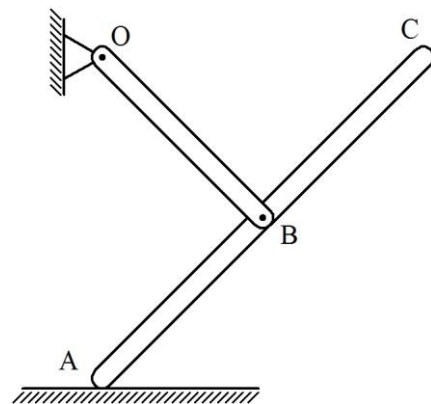


56.- La pieza compuesta de peso P está formada por dos discos concéntricos rigidamente unidos de radio $2R$ y R respectivamente, y se articula a tierra en su centro O . En el disco de menor radio se enrolla la cuerda cuyo extremo se une al bloque A de peso $2P$. En el disco de mayor radio se enrolla otra cuerda cuyo extremo se une al bloque B de peso P que se mueve en la superficie lisa, fija a tierra e inclinada 30° con la horizontal. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la distancia vertical entre los bloques es R ; determinar la velocidad angular de la pieza para el instante cuando los bloques están en la misma horizontal.

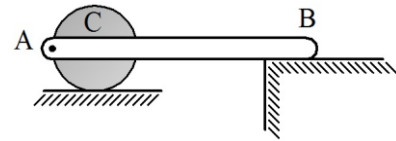


El tramo de cuerda entre el disco de mayor radio y el bloque B es paralelo a la superficie,

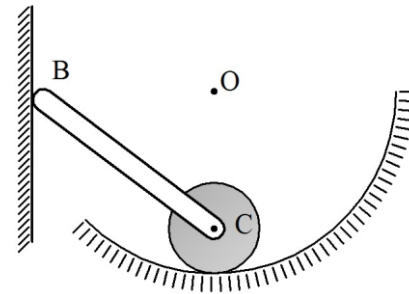
57.- La barra OB de longitud L y peso P está articulada a tierra en O . La barra AC de peso $2P$ se articula en su punto medio mediante un pasador ideal al extremo B de la barra AB , cuyo extremo A se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde las barras son perpendiculares entre sí, O y A están alineados en la misma vertical, y separados una distancia $2L$; determinar la velocidad del extremo A respecto a tierra para el instante cuando la barra OB pasa por la vertical.



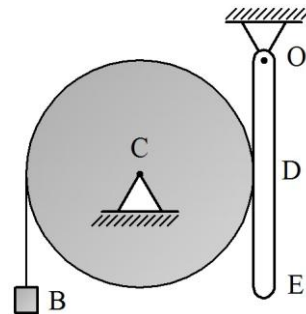
58.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la superficie horizontal fija a tierra. En su periferia se articula la barra AB de longitud $6R$ y peso P que se apoya en la superficie horizontal lisa también fija a tierra. Si el sistema se encuentra en reposo para la configuración mostrada donde la barra está horizontal y se aplica al centro del disco la fuerza horizontal hacia la derecha de magnitud constante $4P/\pi$; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante cuando la partícula A se encuentra en la posición más alta de su trayectoria.



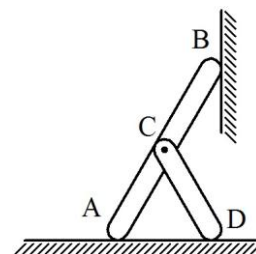
59.- El extremo B de la barra BC de peso P se mueve en la superficie vertical lisa fija a tierra. Su otro extremo está articulado al centro C del disco, de radio R y peso P que rueda en la superficie circular de centro O y radio $4R$ fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OB} es horizontal, la distancia entre ambos puntos es $4R$ y \overline{OC} es vertical; determinar la velocidad angular de la barra respecto a tierra para el instante cuando ésta pasa por la horizontal.



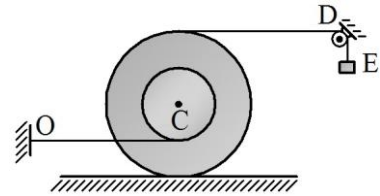
60.- El disco de radio R y peso P está articulado a tierra en su centro C . En la periferia del disco se enrolla la cuerda que se une en su extremo al bloque B también de peso P . La barra vertical OE de longitud $2R$ y peso despreciable está articulada a tierra en O y se apoya en su punto medio a la periferia del disco para servir como freno al mismo. Si el sistema disco-bloque se mueve por efecto de la gravedad, y para el instante cuando el bloque adquiere una velocidad v se acciona el freno, mediante la aplicación en el extremo E de la barra de la fuerza horizontal de magnitud P ; determinar la distancia que descenderá el bloque a partir de este instante hasta detenerse. El coeficiente de roce entre la barra y el disco es $2/3$.



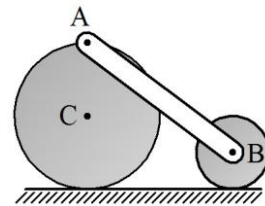
61.- El extremo A de la barra AB de longitud $2L$ y peso $2P$ se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra y su extremo B se mueve en la superficie vertical lisa también fija a tierra. La barra CD de longitud L y peso P se articula al centro de la barra AB , y su extremo D se mueve en la superficie horizontal lisa. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra CD forma 60° con la horizontal, D y B están en la misma vertical; determinar la velocidad angular de la barra AB respecto a tierra para el instante cuando ésta forma 45° con la horizontal.



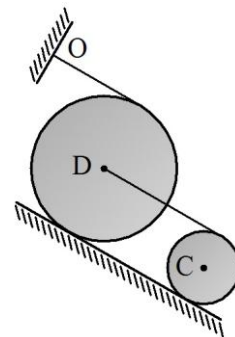
62.- La pieza compuesta formada por dos discos concéntricos rígidamente unidos entre sí, se mueve en la superficie horizontal rugosa cuyo coeficiente de roce es 0,5. En el disco menor de radio R y peso P se enrolla la cuerda cuyo extremo se une en O a la pared fija a tierra. En el disco mayor de radio $2R$ y peso $2P$ se enrolla otra cuerda que pasa por la polea D de radio y peso despreciables articulada a tierra y se une en su extremo al bloque E de peso $2P$, que hace girar y deslizar la pieza en la superficie de apoyo. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el bloque se encuentra ubicado a la distancia vertical $3R$ por encima de la superficie; determinar la velocidad del centro de masa de la pieza para el instante cuando su centro geométrico y el bloque están en la misma horizontal. Los tramos de cuerda no enrollados son paralelos a la superficie.



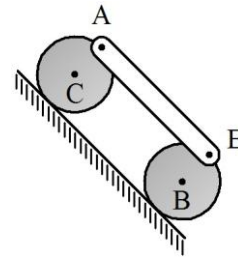
63.- La barra AB de longitud $5R$ y peso P está articulada en B al centro del disco de radio R y peso P . El extremo A de la barra se articula mediante un pasador ideal a la periferia de otro disco de centro C , radio $2R$ y peso P . Si ambos discos ruedan en la superficie horizontal fija a tierra, el sistema inicia el movimiento por la aplicación en C de la fuerza horizontal de magnitud constante P , dirigida hacia la derecha, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{AC} es vertical; determinar la velocidad angular del disco de centro C respecto a tierra para el instante cuando A se encuentra en el punto más bajo de su trayectoria.



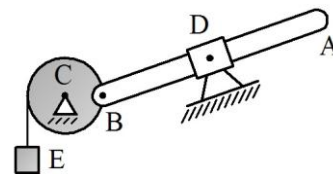
64.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 30° con la horizontal. En su periferia se enrolla la cuerda que se une al centro D de otro disco de peso $2P$, que se mueve en la misma superficie. En la periferia de este segundo disco se enrolla otra cuerda cuyo extremo se une en O a la pared fija. Si los tramos de cuerda no enrollados son paralelos a la superficie inclinada, el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo; determinar la velocidad angular del disco de centro C respecto a tierra para el instante cuando éste ha dado una vuelta a partir del inicio del movimiento. El coeficiente de roce entre la superficie y el disco de centro D es 0,25.



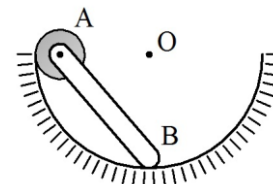
65.- Los discos de centros C y B de igual radio R e igual peso P ruedan en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal. La barra AE de longitud $4R$ y peso P se articula en sus extremos mediante pasadores ideales a las periferias de ambos discos. La barra es paralela a la superficie. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{CA} y \overline{BE} son perpendiculares a la superficie; determinar la velocidad angular del disco de centro C respecto a tierra para el instante cuando éste ha girado un cuarto de vuelta a partir del inicio del movimiento.



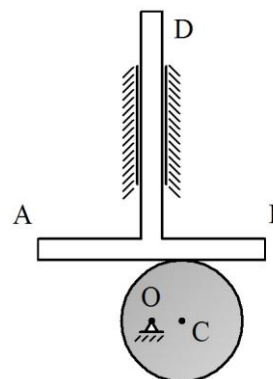
66.- El disco de radio R y peso P está articulado a tierra en su centro C. En la periferia del disco se enrolla la cuerda cuyo extremo se une al bloque E de peso $2P$. La barra BA de longitud $4R$ y peso P articulada a la periferia del disco mediante un pasador ideal en B, se mueve en el collar liso D articulado a tierra, y ubicado a la distancia vertical R por encima de C. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{CB} es horizontal y D está ubicado en el punto medio de la barra; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante cuando la barra pasa por la horizontal.



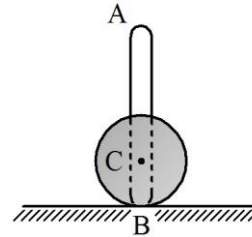
67.- El disco de centro A, radio R y peso P rueda en la superficie semicircular de centro O y radio $4R$ fija a tierra. Al centro del disco se articula la barra AB de peso P, cuyo extremo B se mueve en la superficie semicircular. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OA} es horizontal y \overline{OB} es vertical; determinar la velocidad angular de la barra respecto a tierra para el instante cuando el centro del disco ocupe la posición más baja de su trayectoria. El roce entre el extremo B y la superficie es despreciable.



68.- La leva excéntrica circular de centro C, radio R y peso P está articulada a tierra en O. El vástago del seguidor de cara plana también de peso P se mueve en la guía vertical fija a tierra. La cara horizontal AB está en contacto con la leva. El centro de rotación O de la leva está ubicado en el eje longitudinal del vástago y la distancia OC (excentricidad) es $R/2$. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OC} es horizontal; determinar la velocidad angular de la leva respecto a tierra para el instante cuando su centro se encuentra por primera vez en la vertical que pasa por O. Todos los contactos son lisos.

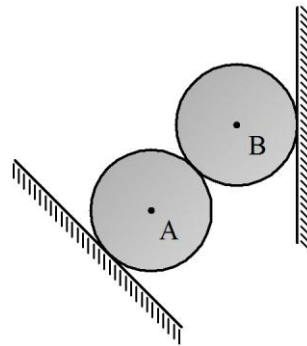


69.- El disco de centro C, radio R y masa m tiene una ranura diametral lisa y rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB de longitud 4R y masa m se mueve en la ranura del disco, y su extremo B se mueve en la superficie. Si el roce entre el extremo B y la superficie es despreciable, y el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo debido a la pérdida del equilibrio inestable de la barra desde la configuración mostrada donde ella está en posición vertical; determinar la velocidad angular de ambos cuerpos respecto a tierra para el instante cuando la barra forma 30° con la horizontal.

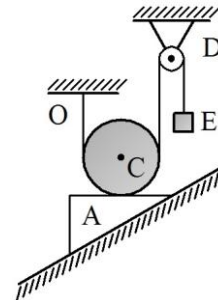


El movimiento del sistema es hacia la derecha.

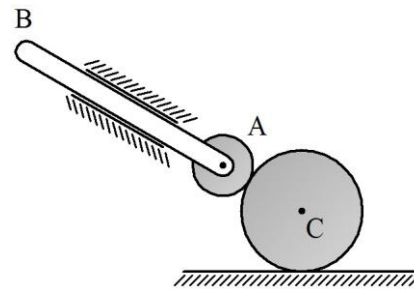
70.- El disco de centro A, radio R y masa m rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal. El disco de centro B, radio R y masa m se apoya en la periferia lisa del disco de centro A y rueda en la superficie vertical igualmente fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde AB es perpendicular a la superficie inclinada; determinar la velocidad del disco de centro A respecto a tierra para el instante cuando ambos centros están en la misma vertical.



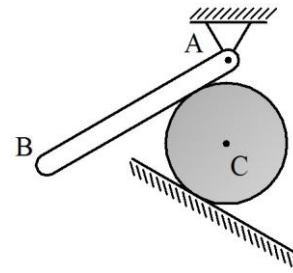
71.- La cuña A de masa m se mueve en la superficie lisa, fija a tierra e inclinada 30° con la horizontal. El disco de centro C, radio R y masa m se mueve en la cara horizontal lisa de la cuña. La cuerda cuyo extremo O está unido a tierra pasa por la periferia del disco y por la polea D de radio y masa despreciables articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque E de masa m/2. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante cuando el bloque E ha ascendido una distancia h.



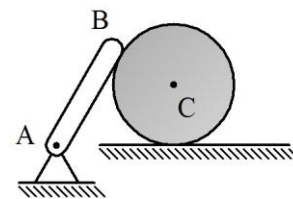
72.- El disco de centro A, radio R y peso P rueda en la periferia de otro disco de centro C, radio 2R y peso P que rueda en la superficie horizontal fija a tierra. En el centro del disco superior se articula la barra AB de peso despreciable que se mueve en la guía lisa, también fija a tierra e inclinada 30° con la horizontal. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el centro del disco inferior está alineado con el eje longitudinal de la barra; determinar la velocidad angular del disco inferior respecto a tierra para el instante cuando los centros de ambos discos están en la misma horizontal.



73.- La barra AB de longitud $2\sqrt{3}R$ y masa m está articulada a tierra en A, y se apoya a la periferia lisa del disco centro C, radio R y masa m que rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 30° con la horizontal. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra forma 30° con la horizontal y \overline{AC} es vertical; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante cuando la barra pasa por la vertical.

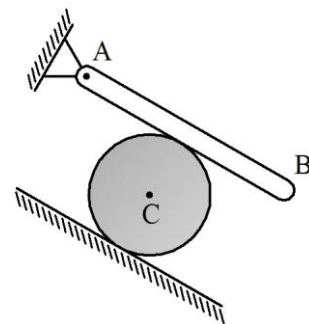


74.- El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB también de peso P está articulada a tierra en A, y apoya su extremo B en la periferia lisa del disco. Si el sistema inicia el movimiento por la aplicación en el centro del disco de la fuerza horizontal de magnitud constante P , dirigida hacia la derecha, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es tangente al disco y forma 60° con la horizontal; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante cuando el extremo B de la barra y el centro del disco están en la misma horizontal.



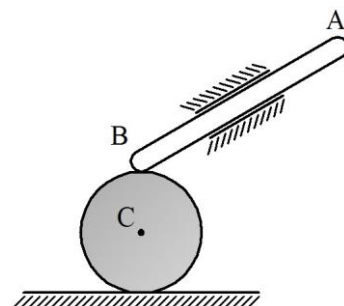
A se encuentra en la dirección de la superficie.

75.- El disco de centro C, radio R y peso $2P$ rueda en la superficie O se encuentra en la dirección de la superficie, inclinada 30° con la horizontal. La barra AB de longitud $4R$ y peso P está articulada a tierra en A y se apoya en la periferia del disco. Si el coeficiente de roce entre la barra y el disco es $\sqrt{3}/3$, el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la distancia desde A hasta el punto de contacto del disco con la barra es igual a $2R$; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante cuando su centro ha recorrido una distancia $2R$.

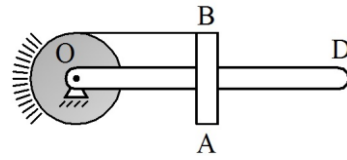


La barra es paralela a la superficie

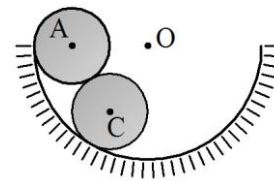
76.- El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB de peso P se mueve en la guía lisa, O se encuentra en la dirección de la superficie, inclinada 30° con la horizontal. El extremo B de la barra se mueve en la periferia lisa del disco. Si el sistema inicia el movimiento por la aplicación en el centro del disco de la fuerza horizontal de magnitud constante P , dirigida hacia la izquierda, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{CB} es vertical; determinar la velocidad angular del disco para el instante cuando la barra está alineada con el centro del disco.



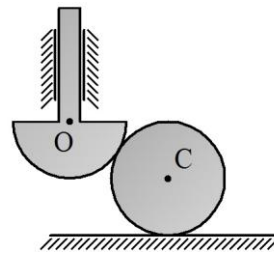
77.- La barra lisa OD de longitud $6R$ y masa m está articulada a tierra en O. La pieza ranurada AB de longitud $2R$ y masa m se mueve en dicha barra. La cuerda enrollada en el disco de centro O y radio R fijo a tierra se une en su extremo B a la pieza, de manera que el tramo de cuerda no enrollado es paralelo a la barra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es horizontal y la longitud del tramo de cuerda no enrollado es $3R$; determinar la velocidad angular de la barra respecto a tierra para el instante cuando ésta ha girado 30° . La pieza ranurada puede considerarse como una barra



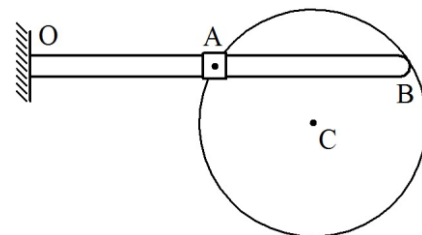
78.- Los discos de centro A y C de radio $3R$ y peso P cada uno se mantienen en contacto entre sí y ruedan en la superficie circular de centro O y radio $9R$ fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OA} es horizontal y la vertical trazada por O es tangente al disco inferior; determinar la velocidad angular del disco superior respecto a tierra para el instante cuando los centros A y C están en la misma horizontal. El contacto entre ambos discos es liso.



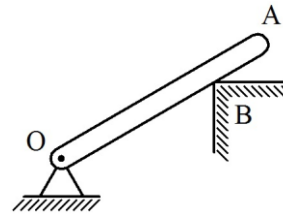
79.- El tramo recto de la pieza rígida de peso P se mueve en la guía vertical lisa fija a tierra. El tramo circular de esta pieza de centro O y radio R está en contacto con la periferia lisa del disco de centro C, radio R y peso P que rueda en la superficie horizontal fija a tierra. El sistema inicia el movimiento por la aplicación en el centro del disco de la fuerza horizontal de magnitud constante P , dirigida hacia la izquierda, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde O está ubicado a la distancia $2R$ de la superficie; determinar la velocidad angular de la pieza respecto al disco para el instante cuando C y O están en la misma vertical.



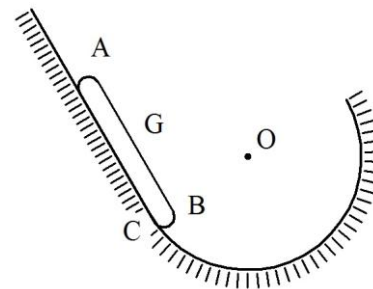
80.- El aro de centro C, radio R y peso $2P$ se apoya en el extremo B de la barra horizontal lisa empotrada a tierra en O. En la periferia del aro se articula el collar A de peso P que se mueve en la barra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el collar está a la distancia $\sqrt{3} R$ de B; determinar la velocidad del collar respecto a tierra para el instante cuando \overline{AC} forma 60° con la horizontal.



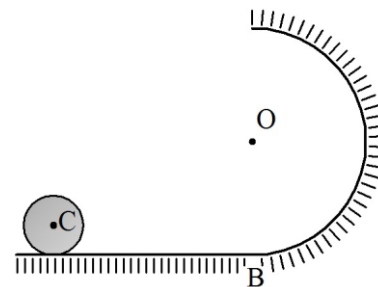
81.- La barra OA de longitud L y peso P está articulada a tierra en O , se apoya en el vértice B de la cornisa también fija a tierra y forma 30° con la horizontal. Si se retira la cornisa, y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad desde esta configuración; determinar la magnitud de la reacción que genera la articulación sobre la barra para el instante cuando ésta pasa por la horizontal.



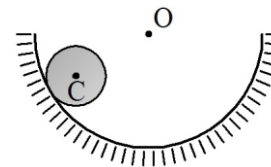
82.- La superficie inclinada lisa fija a tierra, se empalma en C con la superficie semicircular lisa de centro O y radio $2R$ también fija a tierra; donde el radio OC es perpendicular a la superficie. La barra AB de centro G , longitud $2\sqrt{2}R$ y peso P se mueve en la superficie inclinada. Si la barra inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde G y O están en la misma horizontal; determinar la fuerza reactiva que se genera en el extremo A de la barra para el instante cuando éste pasa por la posición más baja de su trayectoria.



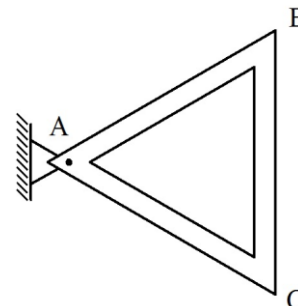
83.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la superficie fija a tierra, formada por un tramo horizontal y un tramo semicircular de centro O y radio $4R$, cuyo empalme es el punto B , donde el radio OB es vertical. El disco para el instante mostrado se encuentra en reposo y C está a $6R$ de la referencia OB . Si se aplica sobre el centro la fuerza horizontal de magnitud constante P , dirigida hacia la derecha y se inicia de esta forma el movimiento del disco; determinar la magnitud de la fuerza reactiva que genera la superficie sobre el disco inmediatamente después que éste hace contacto con el punto de empalme B .



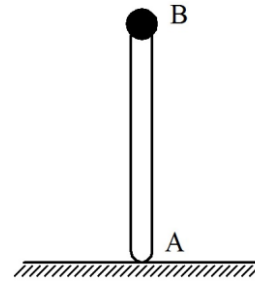
84.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la superficie semicircular de centro O y radio $4R$ fija a tierra. Si el disco inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OC} forma 60° con la vertical; determinar la magnitud de la reacción que ejerce la superficie sobre el disco para el instante cuando C pasa por la posición más baja de su trayectoria.



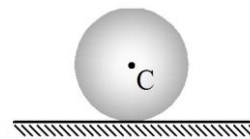
85.- La pieza rígida triangular ABC se encuentra articulada a tierra en A y está formada por tres barras de longitud L y peso P . Si la pieza inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la posición mostrada donde la barra BC es vertical; determinar la magnitud de la fuerza reactiva que genera la articulación para el instante cuando la barra BC pasa por la horizontal.



86.- La esfera de radio despreciable y masa m está soldada al extremo superior de la barra AB de longitud L y masa m . La barra apoya su extremo A en la superficie horizontal lisa fija a tierra. Para la configuración mostrada la barra es vertical y se encuentra en equilibrio inestable. Si se pierde el equilibrio, y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; verificar si la barra todavía permanece en contacto con la superficie para el instante cuando ésta forma 60° con la vertical. Si este es el caso; determinar la reacción generada por la superficie sobre el extremo A .

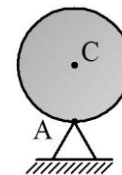


87.- La esfera de centro C , radio R y peso P se mueve en la superficie horizontal rugosa fija a tierra. Si la esfera inicia el movimiento hacia la derecha con velocidad angular nula y velocidad de su centro C igual a v ; determinar la distancia d que recorre su centro hasta el momento cuando la esfera comienza a rodar.

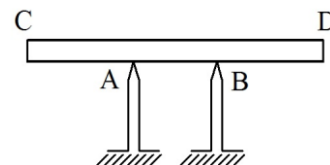


El coeficiente de roce entre la superficie y la esfera es $0,50$.

88.- El disco de centro C , radio R y masa m está articulado a tierra en A . Si el disco inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la posición de equilibrio inestable mostrada donde \overline{AC} es vertical; determinar la magnitud de la reacción que genera la articulación sobre el disco para el instante cuando éste ha girado 90° en sentido horario.

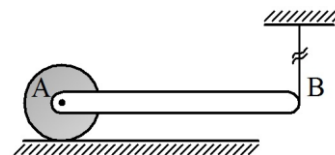


89.- La barra CD de longitud L y peso P está horizontal y se apoya en los vértices A y B de las cornisas fijas a tierra, la distancia CA es $L/3$. Si se retira la cornisa de la derecha y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar el ángulo medido con la horizontal para el cual la barra comienza a deslizar.

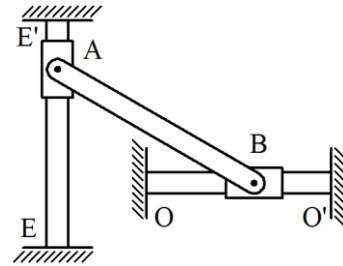


El coeficiente de roce entre el vértice A y la barra es $\sqrt{3}/3$.

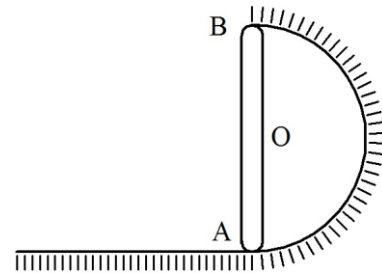
90.- La barra AB de longitud L y peso P está articulada en su extremo A al rodillo de radio y peso despreciables que se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. El extremo B se sujeta a una cuerda también fija a tierra y la barra permanece así en equilibrio en posición horizontal. Si se corta la cuerda y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar la fuerza reactiva que ejerce la superficie sobre el rodillo para el instante cuando la barra pasa por la vertical.



91.- La barra AB de longitud L y peso P se articula en A al collar de dimensiones y peso despreciables que se mueve en la guía vertical lisa EE' fija a tierra. En B se articula a otro collar también de dimensiones y pesos despreciables que se mueve en la guía horizontal lisa OO' igualmente fija a tierra. Si la barra inicia su movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde ésta forma 30° con la horizontal; determinar el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra y la reacción que genera la guía EE' sobre el collar para el instante cuando la barra pasa por la horizontal.

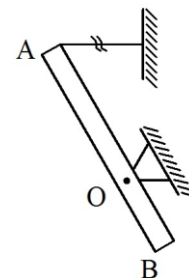


92.- El extremo B de la barra AB de peso P se mueve en la superficie lisa circular de centro O y radio R , fija a tierra. El extremo A de la barra se apoya en el punto de empalme de la superficie circular con la superficie horizontal, también lisa e igualmente fija a tierra. Si la barra inicia el movimiento por efecto de la gravedad, parte del reposo desde la posición inestable donde \overline{AB} es vertical y gira en sentido horario; determinar el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra para el instante cuando ésta forma 30° con la horizontal.

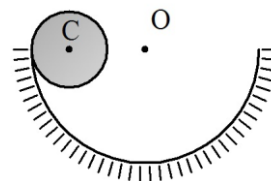


93.- La barra AB de longitud L y peso P está articulada a tierra en O y forma 30° con la vertical. El extremo A se une a la cuerda fija a tierra. Si se corta esta cuerda y la barra inicia su movimiento por efecto de la gravedad; determinar la magnitud de la reacción que genera la articulación sobre la barra para el instante cuando ésta vuelve de nuevo a formar 30° con la vertical.

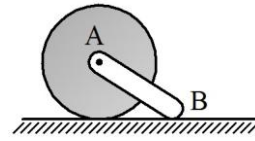
La distancia OB es $L/3$.



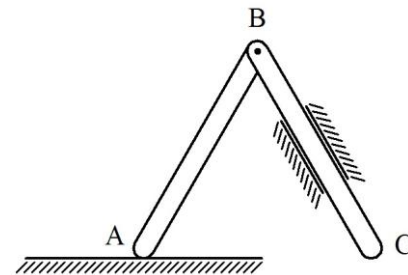
94.- El disco de centro C , radio R y peso P rueda en la superficie circular de centro O y radio $3R$ fija a tierra. Si el disco inicia su movimiento debido al efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OC} es horizontal; determinar el coeficiente de roce entre el disco y la superficie, para prevenir su deslizamiento en el instante cuando su centro ha recorrido una longitud de arco igual a $5\pi R/3$.



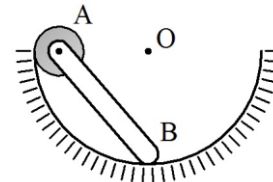
95.- El disco de centro A, radio $3R$ y peso P rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB de longitud $5R$ y peso P está articulada en A al centro del disco, su extremo B se mueve en la superficie. Si para la configuración mostrada la velocidad del centro del disco respecto a tierra es de magnitud v hacia la izquierda y el coeficiente de roce entre el extremo B y la superficie es $0,5$; determinar el recorrido del centro del disco desde este momento hasta que el sistema se detiene.



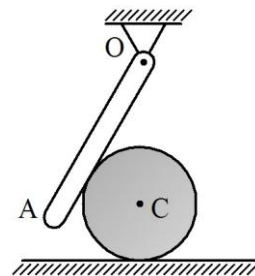
96.- Las barras AB y BC de igual longitud L e igual masa m están articuladas mediante un pasador en B. El extremo A de la barra AB se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra, y la barra BC se mueve en la guía lisa, también fija a tierra e inclinada. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra AB forma 60° con la horizontal y el extremo C de la barra está alineado con la superficie horizontal; determinar el vector aceleración angular de la barra AB respecto a tierra para el instante en el cual dicha barra forma 30° con la superficie.



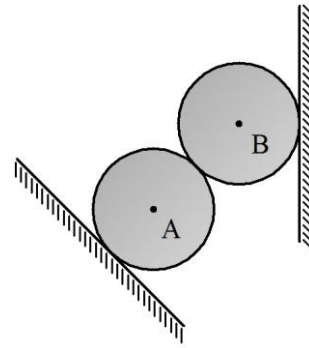
97.- El disco de centro A, radio R y masa m rueda en la superficie semicircular de centro O y radio $4R$ fija a tierra. Al centro del disco se articula la barra AB de masa m , cuyo extremo B se mueve en la superficie semicircular. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OA} es horizontal y \overline{OB} es vertical; determinar el vector aceleración del centro del disco respecto a tierra para el instante cuando éste ocupe la posición más baja de su trayectoria. El roce entre el extremo B y la superficie es despreciable.



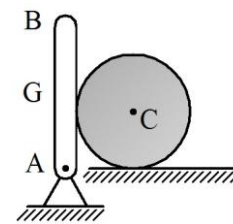
98.- El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra OA de longitud $3R$ y peso P está articulada a tierra en O y se apoya en la periferia lisa del disco. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{OC} es vertical y la barra forma 60° con la horizontal; determinar la reacción que se genera entre ambos cuerpos para el instante cuando la barra pasa por la vertical.



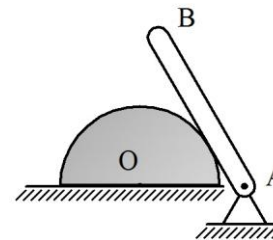
99.- El disco de centro A, radio R y masa m rueda en la superficie fija a tierra, inclinada 45° con la horizontal. El disco de centro B, radio R y masa m se apoya en la periferia lisa del disco de centro A y rueda en la superficie vertical también fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{AB} es perpendicular a la superficie inclinada; determinar el vector aceleración angular del disco de centro A respecto a tierra para el instante cuando ambos centros están en la misma vertical.



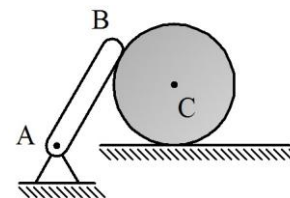
100.- La barra AB de centro G, longitud $5R/2$ y peso P está articulada a tierra en A, se apoya en la periferia lisa del disco de centro C, radio R y peso P que rueda en la superficie horizontal fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la posición de equilibrio inestable mostrada donde la barra es vertical; determinar la fuerza roce que se genera entre la superficie y el disco para el instante cuando los centros G y C están en la misma horizontal. La barra gira hacia la derecha. A se encuentra en la dirección de la superficie.



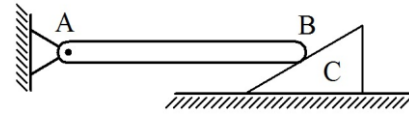
101.- La barra AB de longitud $4R$ y peso $2P$ está articulada a tierra en A, se apoya en la periferia lisa de la placa semicircular de centro O, radio R y peso P que se mueve en la superficie horizontal lisa también fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra forma 60° con la horizontal; determinar el vector aceleración de la placa respecto a tierra para el instante cuando la barra forma 30° con la horizontal. A se encuentra en la dirección de la superficie.



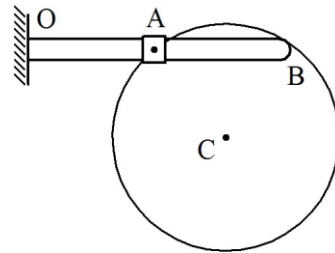
102.- El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB también de peso P está articulada a tierra en A, y su extremo B se mueve en la periferia lisa del disco. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es tangente al disco y forma 60° con la horizontal; determinar el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra para el instante cuando el extremo B y el centro del disco se encuentran en la misma horizontal. A se encuentra en la dirección de la superficie.



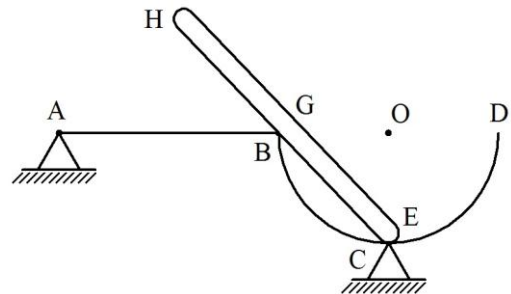
103.- La barra AB de longitud L y peso P está articulada a tierra en A y su extremo B se mueve en la cara de la cuña C, inclinada 30° con la horizontal. El peso de la cuña es P, y se mueve en la superficie horizontal fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es horizontal; determinar el vector aceleración de la cuña para el instante cuando la barra ha girado 30° . Todos los contactos son lisos.



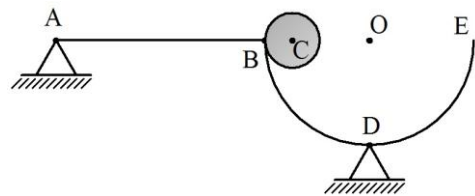
104.- El aro de centro C, radio R y peso $2P$ se apoya en el extremo B de la barra horizontal lisa de longitud $2R$, empotrada a tierra en O. En la periferia del aro se articula el collar A de peso P que se mueve en la barra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde \overline{AC} forma 60° con la horizontal; determinar para esta configuración las reacciones en el empotramiento.



105.- El semiarco BD de centro O, radio R y masa despreciable está articulado a tierra en C, en B se articula a la barra ideal AB, cuyo extremo A también está articulado a tierra. El extremo E de la barra HE de peso P se mueve en la superficie lisa del semiarco, y su centro G se apoya en la conexión B. Si la barra inicia el movimiento por efecto de la gravedad, parte del reposo desde la posición mostrada donde E y C coinciden en el mismo lugar geométrico, y A, G y O están en la misma horizontal; determinar las reacciones generadas en las articulaciones A y C para dicha configuración. O y C están en la misma vertical.



106.- El semiarco BE de centro O, radio $4R$ y masa despreciable está articulado a tierra en D, en B se articula a la barra ideal AB, cuyo extremo A también está articulado a tierra. El disco de centro C, radio R y peso P rueda en la superficie del semiarco. Si el disco inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la posición mostrada donde \overline{OC} es horizontal; determinar la tensión en la barra para el instante cuando el centro del disco ha recorrido una longitud de arco igual a $5\pi R/2$. A, B y O están en la misma horizontal, mientras que O y D están en la misma vertical.



6.5.- RESPUESTAS DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

$$1.- \quad N = \frac{\sqrt{2}}{2} P \quad (\nearrow) \quad ; \quad f_R = \frac{\sqrt{2}}{6} P \quad (\nwarrow) \quad ; \quad \mu_{\min} = \frac{1}{3}$$

$$2.- \quad x = \frac{\sqrt{6} (\sqrt{6} - 2) L}{12}$$

$$3.- \quad O_x = 0 \quad ; \quad O_y = \frac{1}{2} m g \quad (\uparrow)$$

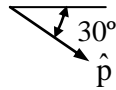
$$4.- \quad h = \frac{7}{5} R$$

$$5.- \quad O_x = \frac{3}{2} m g \quad (\nearrow) \quad ; \quad O_y = \frac{9\sqrt{3}}{56} m g \quad (\nwarrow)$$

$$6.- \quad d = \frac{5}{6} b$$

$$7.- \quad \bar{a}_1^{C3} = \frac{9}{16} g \hat{p}$$

donde 3 es la barra BC



$$8.- \quad \mu_{\min} = 5$$

$$9.- \quad \bar{\alpha}_{32} = -\frac{\sqrt{3}}{3R} g \hat{k}$$

donde 3 es la barra y 2 es el disco

$$10.- \quad \bar{a}_1^{A2} = -\frac{2}{9} g \hat{i}$$

donde 2 es la cuña

$$11.- \quad \bar{a}_1^{D2} = -\frac{4}{5} g \hat{i}$$

donde 2 es el bloque

$$12.- \quad N_A = \frac{(3gR + v^2)}{6gR} P \quad (\uparrow) \quad ; \quad N_B = \frac{(3gR + 2v^2)}{6gR} P \quad (\uparrow)$$

$$13.- \quad \theta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{3} \right)$$

14.- $d = \frac{16}{11} L$

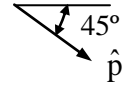
15.- $\theta = \frac{\pi}{4}$

16.- a) $T_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{8} P$ (extensión)

;

b) $\bar{a}_1^{B4} = \frac{5\sqrt{2}}{16} g \hat{p}$

donde 4 es la barra AB



c) $f_R = \frac{5\sqrt{2}}{16} P$ (↖) ; $N = \frac{\sqrt{2}}{2} P$ (↗) ; d) $\mu_{\min} = \frac{5}{8}$

17.- $\bar{a}_{21} = -\frac{9}{L} g \hat{k}$

donde 2 es la barra AB

18.- $\bar{a}_{21} = -\frac{9}{88R} g \hat{k}$

donde 2 es la barra

19.- $N = \frac{4}{3} P$ (↑)

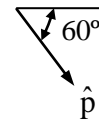
20.- $\bar{a}_1^{B3} = \frac{6\sqrt{3}}{13} g \hat{p} - \frac{3\sqrt{3}}{13} g \hat{i}$

$C_1 = \frac{5\sqrt{3}}{26} P$ (↘)

;

$C_2 = \frac{19}{78} P$ (↙)

donde 3 es la barra



21.- $\bar{a}_1^E = -\frac{92}{135} g \hat{j}$

22.- $\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)$

23.- $\bar{a}_1^{C2} = -\frac{5}{57} g \hat{i}$

donde 2 es el carrete

24.- $Q = 3 P$

25.- $\bar{a}_{21} = \frac{7\sqrt{3}}{17R} g \hat{k}$

donde 2 es el disco de centro D

$$26.- \quad \bar{\alpha}_{32} = \frac{1}{R} g \hat{k}$$

donde 3 es el seguidor y 2 es la leva.

$$27.- \quad \mu_{\min} = 0,18$$

$$28.- \quad \bar{\alpha}_{21} = \frac{3\sqrt{3}}{17R} g \hat{k}$$

donde 2 es la barra

$$29.- \quad \bar{\alpha}_{31} = \frac{1}{11R} [4g + 6a] \hat{k} \quad ; \quad a = \frac{4}{5} g$$

donde 3 es el disco

$$30.- \quad \bar{\alpha}_{31} = \frac{1}{3R} g \hat{k}$$

donde 3 es el disco

$$31.- \quad \mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$32.- \quad \bar{\alpha}_{21} = \frac{3}{14R} g \hat{k}$$

donde 2 es el disco

$$33.- \quad a = \frac{4}{(3\sqrt{3}-2)} g$$

$$34.- \quad \bar{\alpha}_{21} = \frac{\sqrt{3}}{27R} g \hat{k}$$

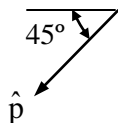
donde 2 es el disco

$$35.- \quad \bar{\alpha}_{31} = -\frac{4\sqrt{3}}{7R} g \hat{k}$$

donde 3 es el disco

$$36.- \quad \bar{a}_1^{E2} = \frac{36\sqrt{2}}{59} g \hat{p}$$

donde 2 es el bloque



$$37.- \quad \bar{a}_1^{B2} = \frac{\sqrt{3}}{6} g \hat{i}$$

donde 2 es el bloque

38.-
$$a = \frac{2\sqrt{2}}{9}g$$

39.-
$$\bar{\alpha}_{31} = -\frac{5}{14R}g\hat{k}$$

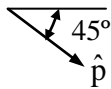
donde 3 es el disco

40.-
$$\bar{\alpha}_{31} = \frac{2\sqrt{2}}{7R}g\hat{k}$$

donde 3 es la barra

41.-
$$\bar{a}_1^{C2} = \frac{3\sqrt{2}}{7}g\hat{p}$$

donde 2 es el disco



42.-
$$\bar{a}_1^{C3} = \frac{1}{4}g\hat{i}$$

donde 3 es el disco

43.-
$$\bar{\alpha}_{31} = \bar{0} \quad ; \quad \bar{\alpha}_{21} = -\frac{3}{7R}g\hat{k}$$

donde 3 es el disco y 2 es la barra

44.-
$$P = 2mg$$

45.-
$$\bar{\alpha}_{21} = -\frac{1}{7R}g\hat{k}$$

donde 2 es el aro

46.-
$$\omega_{21} = 2\sqrt{\frac{\sqrt{2}\pi g}{3R}}$$

donde 2 es el disco

47.-
$$V_1^{D2} = 2\sqrt{2\pi Rg}$$

donde 2 es el yoyo y D la partícula de mayor velocidad

48.-
$$\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}+1}{3}\right)$$

49.-
$$\omega_{21} = 2\sqrt{\frac{10(\sqrt{3}-1)g}{29L}}$$

donde 2 es la barra

50.-
$$\omega_{21} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3\sqrt{2}g}{R}}$$

donde 2 es la pieza

51.-
$$V_1^{A2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi \sqrt{2} R g}{2}}$$
 donde 2 es la barra

52.- $\mu = 0,5$

53.-
$$V_1^E = 2 \sqrt{\frac{hg}{15}}$$

54.-
$$\omega_{21} = \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$
 donde 2 es el disco

55.-
$$\omega_{21} = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{255g}{R}}$$
 donde 2 es la barra AB

56.-
$$\omega_{21} = \sqrt{\frac{10g}{77R}}$$
 donde 2 es la pieza

57.-
$$V_1^{A2} = \sqrt{\frac{15gL}{14}}$$
 donde 2 es la barra AC

58.-
$$\omega_{21} = \sqrt{\frac{6g}{11R}}$$
 donde 2 es el disco

59.-
$$\omega_{31} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3(8\sqrt{2}-9)g}{R}}$$
 donde 3 es la barra BC

60.-
$$h = \frac{9v^2}{4g}$$

61.-
$$\omega_{31} = \sqrt{\frac{5g(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{6L}}$$
 donde 3 es la barra AB

62.-
$$V_1^{C2} = \sqrt{\frac{2}{17} R g}$$
 donde 2 es la pieza

$$63.- \quad \omega_{21} = \sqrt{\frac{2(\pi + 1)g}{3R}}$$

donde 2 es el disco de centro C

$$64.- \quad \omega_{21} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\pi(5 - 2\sqrt{3})g}{3R}}$$

donde 2 es el disco de centro C

$$65.- \quad \omega_{21} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}(3\pi + 4)g}{10R}}$$

donde 2 es el disco de centro C

$$66.- \quad \omega_{21} = 2 \sqrt{\frac{\pi g}{7R}}$$

donde 2 es el disco

$$67.- \quad \omega_{31} = \sqrt{\frac{30g}{131R}}$$

donde 3 es la barra

$$68.- \quad \omega_{21} = 2 \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

donde 2 es la leva

$$69.- \quad \omega_{31} = \omega_{21} = 2 \sqrt{\frac{3g}{59R}}$$

donde 3 es la barra y 2 es el disco

$$70.- \quad \omega_{21} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2(3\sqrt{2} - 2)g}{R}}$$

donde 2 es el disco de centro A

$$71.- \quad \omega_{21} = \sqrt{\frac{2hg}{15R^2}}$$

donde 2 es el disco

$$72.- \quad \omega_{21} = 3 \sqrt{\frac{g}{2R(21 + 2\sqrt{3})}}$$

donde 2 es el disco de centro C

$$73.- \quad \omega_{21} = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}g}{3R}}$$

donde 2 es el disco

$$74.- \quad \omega_{21} = \sqrt{\frac{(5 + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{3})g}{5R}}$$

donde 2 es el disco

$$75.- \quad \omega_{21} = 2 \sqrt{\frac{(1 - \ln 2)g}{3R}}$$

donde 2 es el disco

$$76.- \quad \omega_{21} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(1 + 2\sqrt{3})g}{R}}$$

donde 2 es el disco

$$77.- \quad \omega_{21} = 0,53 \sqrt{\frac{g}{R}}$$

donde 2 es la barra OD

$$78.- \quad \omega_{21} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2\sqrt{3}g}{R}}$$

donde 2 es el disco de centro A

$$79.- \quad \omega_{32} = 2 \sqrt{\frac{(\sqrt{3} - 1)g}{3R}}$$

donde 3 es la pieza y 2 es el disco

$$80.- \quad V_I^A = \sqrt{\frac{6(\sqrt{3} - 1)Rg}{7}}$$

$$81.- \quad R_O = \frac{\sqrt{10}}{4} P$$

$$82.- \quad N_A = \frac{11}{8} P \quad (\uparrow)$$

$$83.- \quad R_B = \frac{4\sqrt{7}}{3} P$$

$$84.- \quad R_I = \frac{5}{3} P \quad (\uparrow)$$

donde I es el punto de contacto del disco

$$85.- \quad R_A = 7P$$

$$86.- \quad N_A = 0,18 mg \quad (\uparrow)$$

$$87.- \quad d = \frac{24}{49g} v^2$$

$$88.- \quad R_A = \frac{\sqrt{17}}{3} mg$$

$$89.- \quad \beta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{6} \right)$$

$$90.- \quad N_A = 7P \quad (\uparrow)$$

$$91.- \quad \bar{a}_{21} = \frac{3}{2L} g \hat{k} \quad ; \quad N_A = \frac{3}{4} P \quad (\leftarrow)$$

donde 2 es la barra

$$92.- \quad \bar{a}_{21} = \frac{3(9 - 4\sqrt{3})}{32R} g \hat{k}$$

donde 2 es la barra

$$93.- \quad R_O = \frac{\sqrt{201}}{8} P$$

$$94.- \quad \mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

$$95.- \quad d = \frac{13}{2g} v^2$$

$$96.- \quad \bar{a}_{21} = \frac{(81 - 63\sqrt{3})}{64L} g \hat{k}$$

donde 2 es la barra AB

$$97.- \quad \bar{a}_1^{A2} = -\frac{36}{81} g \hat{i} + \frac{270}{393} g \hat{j}$$

donde 2 es el disco

$$98.- \quad N = \frac{(2 - \sqrt{3})}{12} P$$

$$99.- \quad \bar{a}_{21} = -\frac{(32 - 12\sqrt{2})}{27\sqrt{2}R} g \hat{k}$$

donde 2 es el disco de centro A

$$100.- \quad f_R = \frac{207}{3.080} P \quad (\leftarrow)$$

$$101.- \bar{a}_1^{O2} = - \frac{(56\sqrt{3} - 45)}{275} g \hat{i}$$

donde 2 es el placa

$$102.- \bar{a}_{21} = - \frac{1}{20R} [9 - 5\sqrt{2}] g \hat{k}$$

donde 2 es la barra

$$103.- \bar{a}_1^{C3} = \frac{\sqrt{3}}{20} g \hat{i}$$

donde 3 es la cuña

$$104.- O_x = \frac{4\sqrt{3}}{7} P \quad (\rightarrow) \quad O_y = \frac{17}{14} P \quad (\uparrow) \quad M_O = \frac{13R}{7} P \quad (\curvearrowright)$$

$$105.- A_x = \frac{3}{4} P \quad (\rightarrow) \quad A_y = 0 \quad C_x = -\frac{3}{8} P \quad (\rightarrow) \quad C_y = \frac{5}{8} P \quad (\uparrow)$$

$$106.- T_{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{3} P \quad (\text{extensión})$$