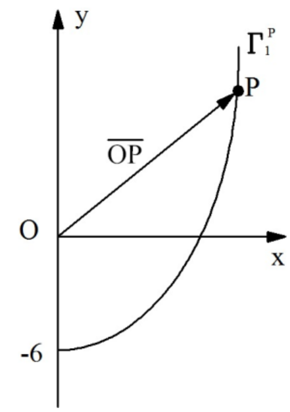
2.4.- PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- El movimiento de la partícula P respecto a tierra está definido mediante las ecuaciones:

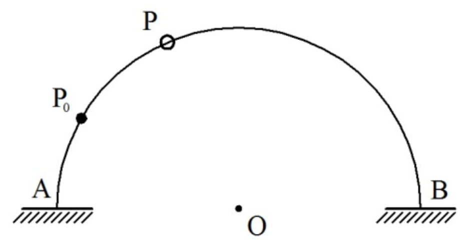
$$x(t) = 8t + 4t^2$$
$$y(t) = 16t + 8t^2 - 6$$



determinar:
a) El vector velocidad y el vector aceleración de la partícula para el instante inicial de su movimiento.
b) La ecuación cartesiana de su trayectoria.
c) La coordenada intrínseca s en función del tiempo.

2.- El anillo P se mueve en el semiaro AB de centro O y radio 4 m. fijo a tierra, y sigue la ley de movimiento:

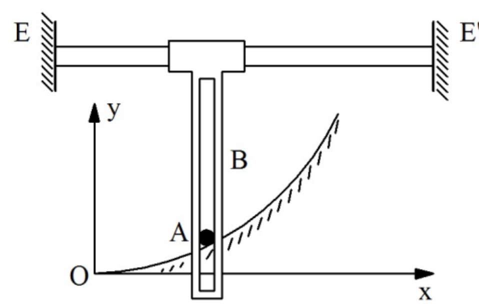
$$s(t) = \frac{4\pi t^2}{3}$$



Si el anillo inicia su movimiento desde la posición P_0, ubicada a 2 (m) de altura por encima de la horizontal que pasa por O; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo, para el instante en que pasa por la posición más alta de su trayectoria.
A, O y B están en la misma horizontal.

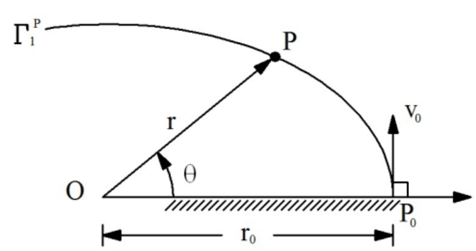
3.- El pasador A se mueve en la superficie fija a tierra, cuya ecuación es:

$$y = b x^2$$

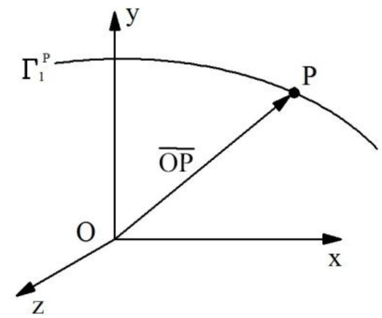


donde b es constante. El movimiento del pasador es controlado por la pieza ranurada B que se mueve horizontalmente hacia la derecha con velocidad de magnitud constante v respecto a tierra. Si la ranura de la pieza es vertical; determinar el vector aceleración del pasador respecto a tierra, para el instante en que la pieza se encuentra a 2 (m) del eje y.

4.- La partícula P describe respecto a tierra la trayectoria plana mostrada, de manera que inmediatamente después del inicio de su movimiento en P_0, la componente radial y la componente transversal de su vector velocidad se mantienen iguales. Si la aceleración de la partícula es radial; determinar:
a) La ecuación polar de su trayectoria.
b) La magnitud de su aceleración como función de la coordenada r.
En la figura se indican las condiciones iniciales del movimiento.



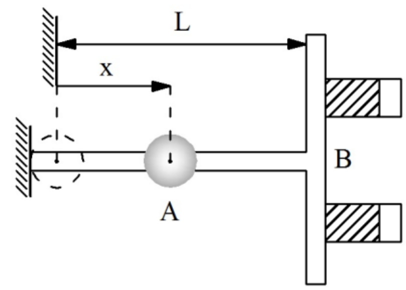
5.- El vector velocidad y el vector aceleración de la partícula P respecto a tierra para un instante dado son:



$$\overline{V}_1^P = 3\,\hat{i} + 4\,\hat{j} + 2\,\hat{k}$$
$$\overline{a}_1^P = 2\,\hat{i} + 3\,\hat{j} + 4\,\hat{k}$$

determinar para dicho instante:
a) La componente tangencial de su vector aceleración.
b) El radio de curvatura de su trayectoria.

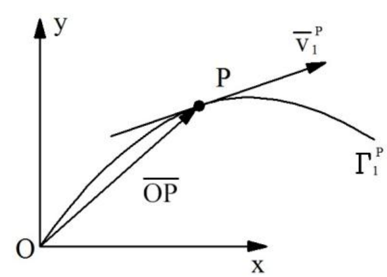
6.- La esfera A ranurada de diámetro d es atraída por la pieza polar B del electroimán con una fuerza que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia x indicada. La aceleración de la esfera respecto a la guía horizontal fija a tierra es:



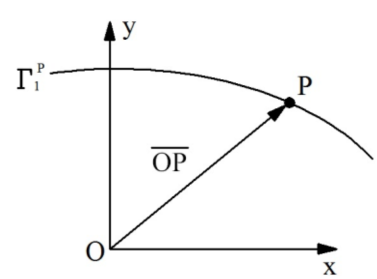
$$a = \frac{b}{(L - x)^2}$$

donde b es la constante que mide la intensidad de campo del electroimán. Si la esfera inicia su movimiento desde el reposo en $x = 0$ (m); determinar la velocidad de la esfera para el instante en que ésta hace contacto con la pieza polar.

7.- La partícula P tiene movimiento plano respecto a tierra, su vector velocidad es de magnitud constante v y su dirección forma un ángulo $\theta = \omega\, t$ con el eje x del sistema cartesiano mostrado, donde ω es constante. Si para el instante $t = 0$, la partícula se encuentra en el origen de coordenadas; determinar:
a) La ecuación de su trayectoria.
b) El radio de curvatura de su trayectoria.
c) La componente normal de su vector aceleración.



8.- La partícula P se mueve respecto a tierra, de manera que la magnitud de la componente tangencial y la magnitud de la componente normal de su vector aceleración son constantes. Sí para el instante inicial del movimiento el vector velocidad de la partícula es nulo y su coordenada intrínseca también es nula; demostrar que bajo estas condiciones el radio de curvatura puede escribirse como:



$$\rho = \frac{2\, s\, B}{A}$$

donde B y A son las magnitudes de las componentes tangencial y normal del vector aceleración respectivamente, y s es la coordenada intrínseca.

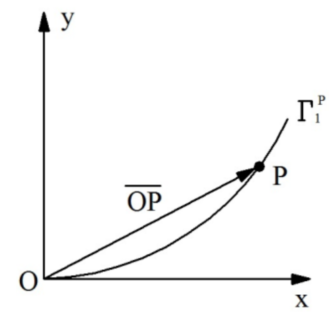
9.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la parábola de ecuación:

$$y = x^2$$

Si la partícula inicia el movimiento desde el origen de coordenadas y la magnitud v de su vector velocidad es:

$$v = 3s + 2$$

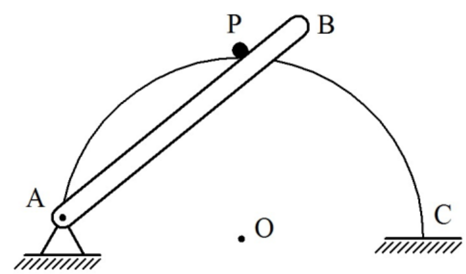
donde s es la coordenada intrínseca; determinar el vector velocidad de la partícula para el instante en que s = 5 (m), calcular además el tiempo transcurrido.



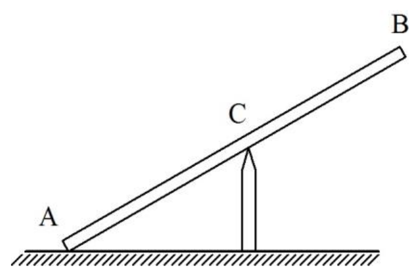
10.- El pasador P se mueve en el semiaro AC de centro O y radio R fijo a tierra, y simultáneamente en la barra AB articulada a tierra en A. La ley de movimiento del pasador respecto a tierra es:

$$s(t) = \frac{\pi R t^2}{8}$$

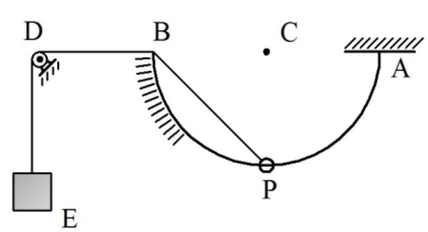
Para la configuración mostrada $\overline{OP}$ es vertical. Si P inicia el movimiento en el punto C; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del pasador respecto a tierra y respecto a la barra para dicha configuración.
A, O y C están en la misma horizontal.



11.- El extremo A de la barra AB de longitud 4h se mueve en la superficie horizontal fija a tierra con velocidad de magnitud constante v hacia la derecha, y además se apoya en el vértice de la cornisa vertical de altura h, también fija a tierra. Si para la configuración mostrada, C (punto medio de la barra) coincide con el vértice de la cornisa; determinar el vector velocidad y el vector aceleración de C respecto a tierra para dicha configuración.



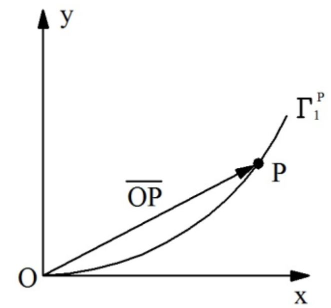
12.- El anillo P se mueve en el semiaro AB de centro C y radio R fijo a tierra. El anillo está unido a la cuerda que pasa por el extremo B del semiaro y por la polea D de radio despreciable articulada a tierra. La cuerda se une en su otro extremo al bloque E. Para la configuración mostrada $\overline{CP}$ es vertical. Si el bloque se mueve con velocidad de magnitud constante v hacia abajo; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo respecto a tierra para dicha configuración.
A, C y B están en la misma horizontal.



13.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la parábola:

$$y = \frac{x^2}{2}$$

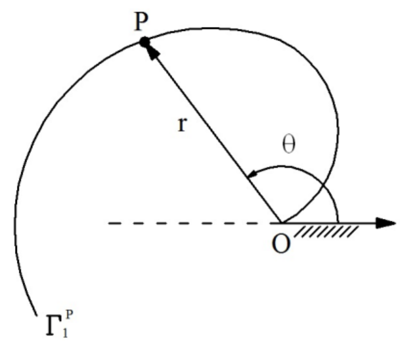
Si la magnitud de su vector velocidad es constante e igual a v; determinar el vector aceleración de la partícula en función de la coordenada x.



14.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la espiral de Arquímedes:

$$r = 3\,\theta$$

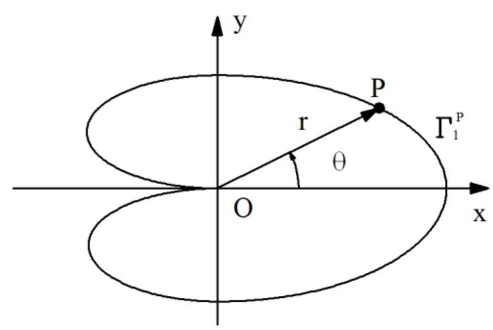
Si la magnitud de su vector velocidad es constante e igual a v; determinar el vector aceleración de la partícula en función del ángulo θ.



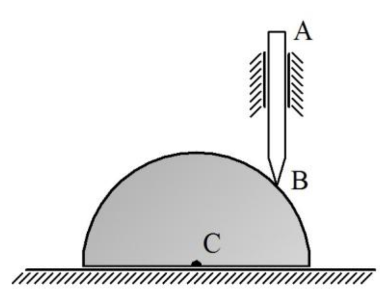
15.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la cardioide:

$$r = b\,(1 + \cos\theta)$$

donde b es constante. Si la partícula se mueve en sentido antihorario de manera que $\dot{\theta} = \omega$, donde ω es también constante; determinar el vector velocidad de la partícula para las cuatro posiciones en las cuales la trayectoria corta a los ejes cartesianos mostrados.



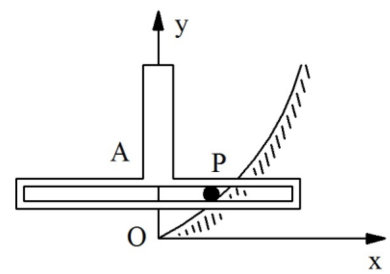
16.- La barra AB se mueve en la guía vertical fija a tierra, mientras que su extremo B permanece en contacto con la superficie de la placa semicircular de centro C y radio R, que desliza en la superficie horizontal, también fija a tierra. Si el vector velocidad de la placa respecto a tierra es de magnitud constante v hacia la derecha; y para la configuración mostrada $\overline{CB}$ forma 45º con la horizontal; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo B de la barra respecto a tierra para dicha configuración.



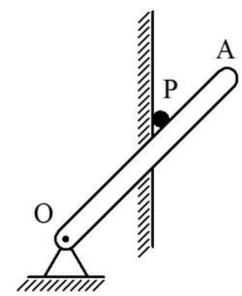
17.- El pasador P se mueve en la superficie parabólica fija a tierra de ecuación:

$$y = \frac{x^2}{5}$$

y simultáneamente en la ranura horizontal de la pieza A que desciende verticalmente con velocidad de magnitud constante v; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del pasador respecto a tierra y respecto a la pieza para el instante en que $x = 5$ (m).



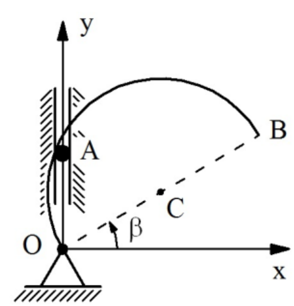
18.- El pasador P se mueve en la superficie vertical fija a tierra, y simultáneamente en la barra OA articulada a tierra en su extremo O, que se encuentra ubicado a la distancia horizontal b de la superficie. Sí el vector velocidad del pasador respecto a tierra es de magnitud constante v hacia abajo y para la configuración mostrada la barra forma 45º con la horizontal; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del pasador respecto a la barra para dicha configuración.



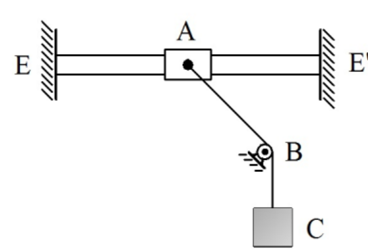
19.- El semiaro de centro C y radio R está articulado a tierra en O. El pasador A se mueve en la ranura vertical fija a tierra, y simultáneamente en la superficie interna del semiaro. Si el pasador se mueve hacia arriba con velocidad de magnitud constante v respecto a tierra; determinar para $\beta = 60º$:

a) La variación en el tiempo del ángulo β.

b) El vector aceleración del pasador respecto al semiaro.



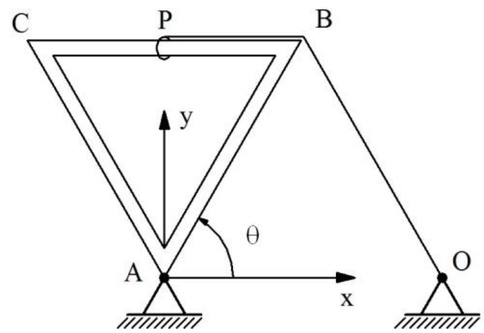
20.- El collar A se mueve en la guía horizontal EE' fija a tierra. El collar está unido a la cuerda que pasa por la polea B de radio despreciable articulada a tierra, ubicada a la distancia vertical b de la guía. La cuerda se une en su otro extremo al bloque C que desciende con velocidad de magnitud constante v; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del collar respecto a tierra para el instante en que el tramo de cuerda AB forma 45º con la horizontal.



21.- La pieza triangular está formada por barras de igual longitud L rígidamente unidas entre sí, y se encuentra articulada a tierra en A. La cuerda está unida a tierra en su extremo O, se apoya en la barra BC y se une en su otro extremo al anillo P, que se mueve en dicha barra. La pieza gira respecto a tierra en sentido antihorario, de acuerdo a la ley de movimiento:

$$\theta = \omega t$$

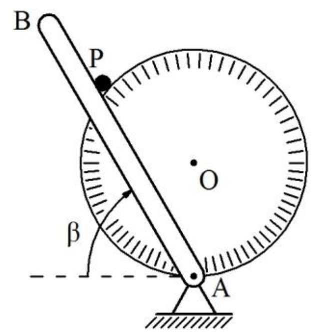
donde ω es constante. Si para la configuración mostrada $\overline{AP}$ es vertical y $\overline{CB}$ es horizontal; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo respecto a tierra y respecto a la pieza para dicha configuración.
A y O están en la misma horizontal y la distancia entre ellos es L.



22.- El pasador P se mueve en la superficie circular de centro O y radio R fija a tierra, y simultáneamente en la barra AB articulada a tierra en A. La barra gira en sentido horario según la ley de movimiento:

$$\beta = \frac{b\,t^2}{2}$$

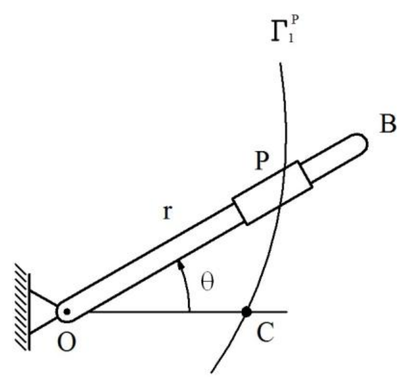
donde b es constante. Si el pasador inicia su movimiento en $\beta = 45º$ respecto a la horizontal; determinar su vector velocidad y su vector aceleración respecto a tierra para el instante en que éste pasa por la posición más alta de la superficie circular.
A y O están en la misma vertical.



23.- El collar P se mueve en la barra OB articulada a tierra en O. La ecuación de la trayectoria del collar respecto a tierra es:

$$r = b \sec^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

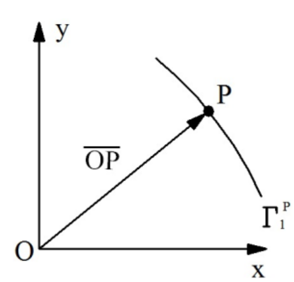
donde b es constante. Si $\theta = 2\,\omega\,t$, donde ω también es constante; determinar la magnitud de la aceleración tangencial del collar respecto a tierra, cuando éste se encontraba en el punto C indicado.



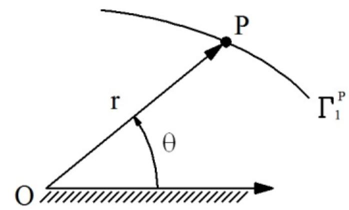
24.- La partícula P se mueve respecto a tierra de manera que su posición en cualquier instante está dada por el vector:

$$\overline{OP} = b\cos(\omega t)\,\hat{i} + b\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\hat{j}$$

donde b y ω son constantes. Si para el instante inicial, s = 0 (m); determinar la ley de movimiento de la partícula en forma intrínseca.



25.- La ecuación de la trayectoria de la partícula P respecto a tierra es:



$$r = b\left(1+\cos\theta\right)$$

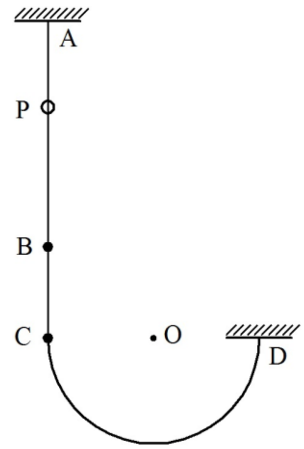
donde b es constante. Si la magnitud de su vector velocidad es constante; demostrar que:

a) La magnitud v del vector velocidad puede escribirse como:

$$v = 2\,b\,\dot{\theta}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

b) La magnitud de la componente radial de su vector aceleración es constante.

26.- El anillo P se mueve en el alambre formado por el tramo recto AC de longitud 3L y el tramo semicircular CD de centro O y radio 2L, fijo a tierra, Si el anillo parte del reposo desde A y la magnitud de su vector aceleración tangencial es:



$$a_{1t}^{P} = \frac{b\,t}{6}$$

donde b es constante; determinar el vector aceleración total del anillo cuando éste pasa por:

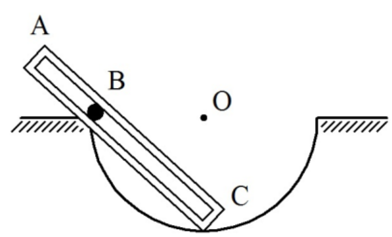
a) El punto B, ubicado a la distancia 2L por debajo de A

b) El punto más bajo de su trayectoria.

C, O y D están en la misma horizontal.

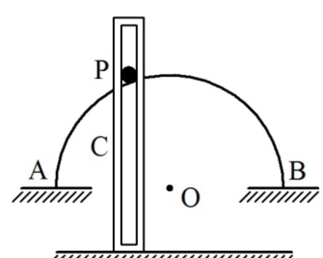
27.- El extremo C de la barra ranurada AC se mueve en la superficie semicircular de centro O y radio R fija a tierra. En B hay un pasador, también fijo a tierra que se mueve en la ranura de la barra. Para la configuración mostrada $\overline{OC}$ es vertical. Si el pasador tiene velocidad de magnitud constante v respecto a la barra en sentido descendente; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo C de la barra respecto a tierra para dicha configuración.

B y O están en la misma horizontal.



28.- El pasador P se mueve en el semiaro AB de centro O y radio R fijo a tierra, y simultáneamente en la ranura vertical de la pieza C que desliza horizontalmente hacia la derecha. La ley de movimiento del pasador respecto a tierra es:

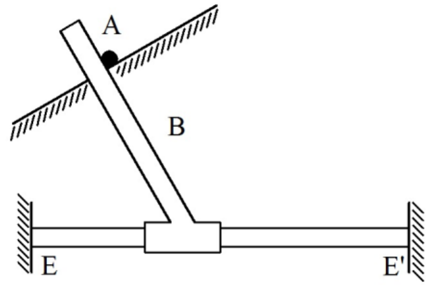
$$s(t) = \frac{\pi R\, t^3}{36}$$



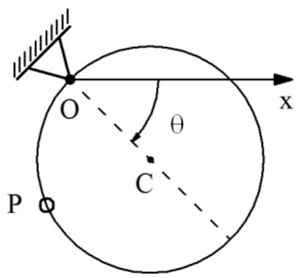
Si P inicia el movimiento en el punto A; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del pasador respecto a tierra y respecto a la pieza para el instante en que ha recorrido tres cuartas partes de su trayectoria sobre el semiaro.

A, O y B están en la misma horizontal.

29.- El pasador A se mueve en la superficie inclinada 30º con la horizontal, fija a tierra y simultáneamente en el brazo B que es perpendicular a la superficie. Para la configuración mostrada la altura del pasador medida desde el eje horizontal EE' es h. Si el brazo se mueve horizontalmente hacia la derecha con velocidad de magnitud constante v; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del pasador respecto a tierra y respecto al brazo para dicha configuración.



30.- El aro de centro C y radio 1 (m) está articulado a tierra en O. El radio OC gira en sentido horario de acuerdo a la ley de movimiento:

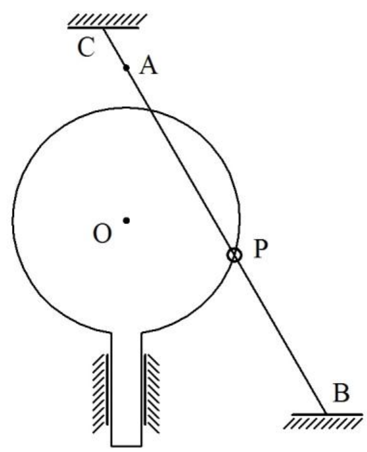


$$\theta = \frac{\pi \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right)}{2}$$

A su vez, el anillo P se mueve en el aro de de acuerdo a la ley:

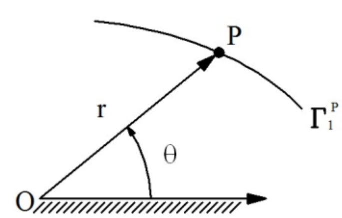
$$s(t) = \frac{\pi t^2}{3}$$

medida a partir de O; determinar el vector velocidad del anillo respecto a tierra para el instante en que $s = \frac{4\pi}{3}$ (m).



31.- El anillo P se mueve en el alambre recto CB inclinado 60º con la horizontal, fijo a tierra. Simultáneamente el anillo se mueve en el aro de centro O y radio R que asciende verticalmente con velocidad de magnitud constante v; determinar para el instante en que la distancia vertical OA es R, el vector velocidad del anillo respecto a tierra y respecto al aro.

32.- La partícula P describe respecto a tierra la trayectoria dada por la ecuación:



$$r = b\,(1+\cos\theta)$$

donde b es constante. Si $\theta = \omega t$, donde ω también es constante; determinar el radio de curvatura de su trayectoria en función del tiempo.

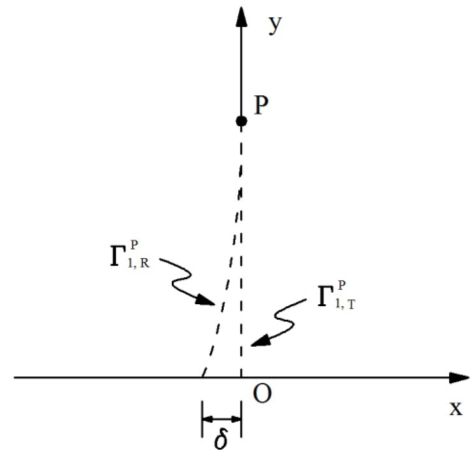
33.- Debido a la rotación de la tierra, el vector aceleración de la partícula P en caída libre es:

$$\bar{a}_1^P = 2\omega v_y \cos\lambda\ \hat{i} - g\ \hat{j}$$

donde ω y λ son constantes, y v_y es la componente vertical de su velocidad. Si en t = 0 (s), la partícula parte del reposo y se encuentra a la altura h de la superficie de la tierra; determinar:

a) La ecuación de su trayectoria real ($\Gamma_{1,R}^P$).

b) La desviación δ respecto a su trayectoria teórica ($\Gamma_{1,T}^P$).

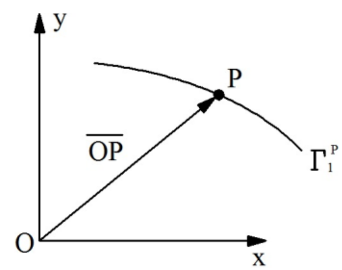


34.- El movimiento de la partícula P respecto a tierra está definido por el vector de posición:

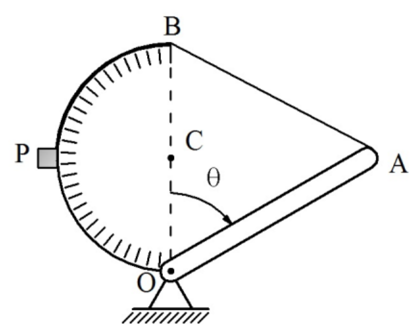
$$\overline{OP} = b(\ \omega t - \operatorname{sen}(\omega t))\ \hat{i} + b(\ 1 - \cos(\omega t))\ \hat{j}$$

donde ω y b son constantes. Si v es la magnitud de su vector velocidad y ρ es el radio de curvatura de su trayectoria; demostrar:

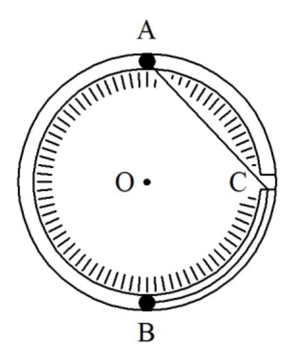
$$v = \frac{\rho\,\omega}{2}$$



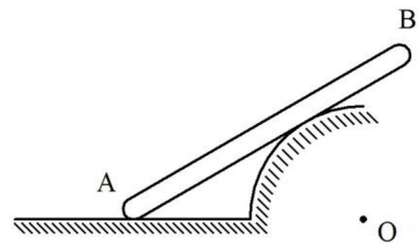
35.- El bloque P de dimensiones despreciables se mueve en la superficie semicircular OB de centro C y radio R fija a tierra. El bloque está unido a la cuerda que se apoya sobre la superficie y se une en su otro extremo a la barra OA de longitud 2R articulada a tierra en O. Para la configuración mostrada la barra forma 60º con la vertical OB y $\overline{CP}$ es horizontal. Si la barra gira en sentido horario y $\dot{\theta} = \omega$, donde ω es constante; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para dicha configuración.



36.- Los pasadores A y B se mueven en la ranura circular de centro O y radio R fija a tierra. Ambos pasadores están unidos por la cuerda tal como se indica. Para la configuración mostrada A, O y B están en la misma vertical. Si el pasador B se mueve con velocidad de magnitud constante v en sentido horario; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del pasador A respecto a tierra para dicha configuración.
O y C están en la misma horizontal.

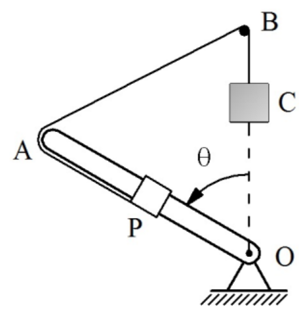


37.- La barra AB de longitud 4R se apoya en la superficie semicircular de centro O y radio R fija a tierra, y su extremo A se mueve en la superficie horizontal, también fija a tierra con velocidad de magnitud constante v hacia la izquierda; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo B de la barra respecto a tierra para el instante en que el extremo A se encuentra a la distancia 2R del centro de la superficie semicircular. A y O están en la misma horizontal.



38.- El collar P se mueve en la barra OA de longitud L, articulada a tierra en O. El collar se une a la cuerda que se apoya en la barra, pasa por la clavija B de radio despreciable fija a tierra y se une en su otro extremo al bloque C que desciende con velocidad de magnitud constante v. Para la configuración mostrada la barra forma 60º con la vertical OB y el collar se encuentra en su punto medio. Si el ángulo que forma la barra con la vertical varía en el tiempo de acuerdo a:

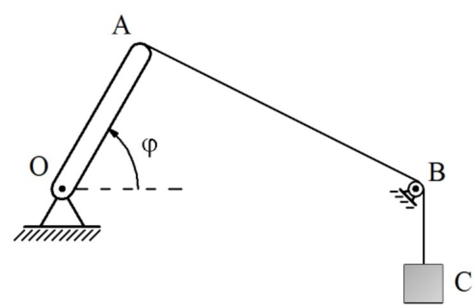
$$\theta = \omega t$$



donde ω es constante; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del collar respecto a tierra para dicha configuración.
La distancia OB es L.

39.- La barra OA de longitud L está articulada a tierra en O, y gira en sentido antihorario de acuerdo a la ley de movimiento:

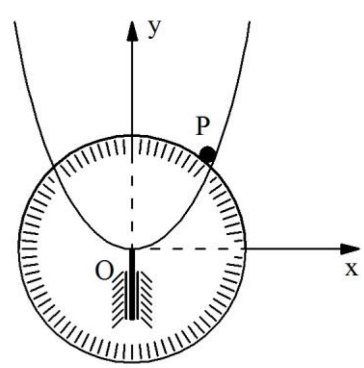
$$\varphi = \omega t$$



donde ω es constante. El extremo A de la barra se une a la cuerda que pasa por la polea B de radio despreciable articulada a tierra. La cuerda se une en su otro extremo al bloque C; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para el instante en que éste ocupa la posición más baja de su trayectoria.
O y B están en la misma horizontal y separados una distancia 2L.

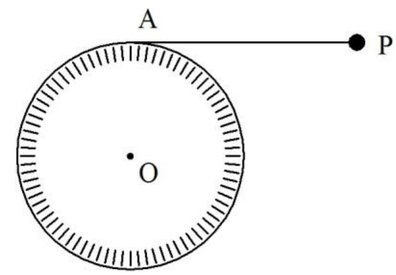
40.- El pasador P se mueve en la superficie circular de centro O y radio 4 (m) fija a tierra, y simultáneamente en la superficie de la pieza doblada en forma de parábola, cuya ecuación para la configuración mostrada es:

$$y = \frac{x^2}{5}$$



Si la pieza se mueve verticalmente hacia arriba con velocidad de magnitud constante v, y para esta configuración el vértice de la parábola coincide con el centro O de la superficie circular; determinar el vector velocidad del pasador respecto a tierra para dicha configuración.

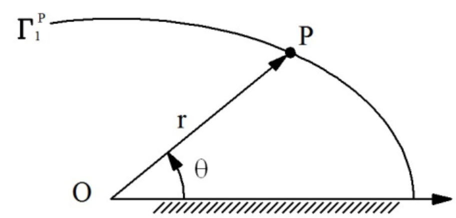
41.- La esfera P de radio despreciable está unida a la cuerda que permanece tensa, y enrollada a la superficie circular de centro O y radio R fija a tierra. Para la configuración mostrada el segmento de cuerda AP es horizontal y su longitud es L. Si La ley de variación del ángulo que forma la cuerda con la horizontal es:



$$\theta = \omega t$$

donde ω es constante; determinar el vector aceleración de la esfera cuando la cuerda ha girado en sentido horario 45º respecto a su posición original.

42.- La partícula P describe respecto a tierra la trayectoria dada por la ecuación:



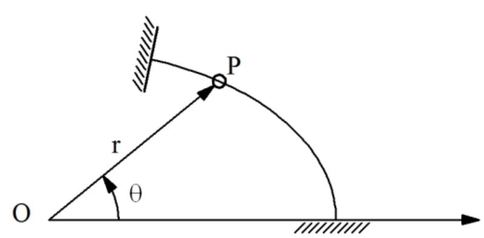
$$r = r_0 \, e^{b\theta}$$

donde $\theta = \omega t$. Si r_0, b y ω son constantes; determinar:

a) La componente normal y la componente tangencial de su vector aceleración.

b) El radio de curvatura de su trayectoria.

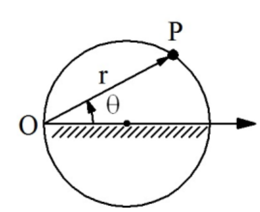
43.- El anillo P se mueve en el alambre fijo a tierra, doblado en forma de espiral logarítmica de ecuación:



$$r = r_0 \, e^{\theta}$$

donde r_0 es constante. Sí su vector velocidad es de magnitud constante v; determinar las coordenadas r y θ en función del tiempo.

44.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la trayectoria cuya ecuación es:

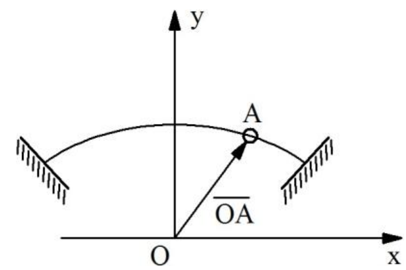


$$r = 2 \, r_0 \cos\theta$$

donde r_0 es constante. Sí el vector aceleración de la partícula es radial; determinar la magnitud de su vector aceleración en función de la coordenada r.

45.- El anillo A se mueve en el alambre fijo a tierra, doblado en forma de un arco de elipse, cuya ecuación es:

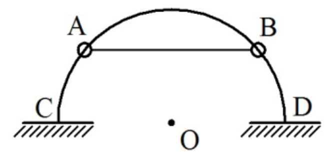
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Si el vector aceleración del anillo es vertical, y además para el instante t = 0 (s), éste se encuentra en el punto de coordenadas (0, b) y la magnitud de su vector velocidad es v; determinar el vector aceleración del anillo para un instante cualquiera en función de su coordenada y.

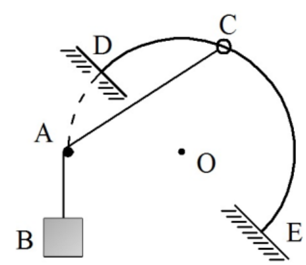
46.- El anillo A se mueve en el semiaro CD de centro O y radio R fijo a tierra. El anillo está unido por la cuerda tensa de longitud $\sqrt{2}$ R a otro anillo B que también se mueve en el semiaro. Para la configuración mostrada la cuerda es horizontal. Sí el anillo B inicia su movimiento en el punto D del semiaro, de acuerdo a la ley:

$$s(t) = \frac{\pi R t^2}{16}$$

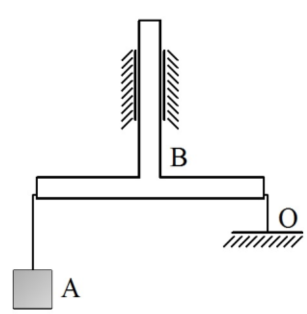


determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo A respecto a tierra para dicha configuración.
C, O y D están en la misma horizontal.

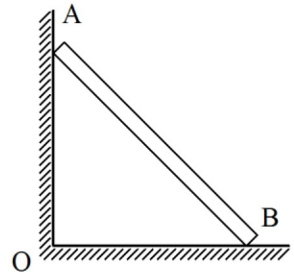
47.- El anillo C se mueve en el semiaro DE de centro O y radio R fijo a tierra. El anillo está unido a la cuerda que pasa por la clavija A de radio despreciable también fija a tierra, ubicada en la horizontal que pasa por el centro del semiaro. La cuerda se une en su otro extremo al bloque B que desciende con velocidad de magnitud constante v; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo respecto a tierra para el instante en que éste ocupa la posición más alta de su trayectoria.



48.- La pieza B en forma de T invertida se mueve en la guía vertical fija a tierra con velocidad de magnitud constante v hacia arriba. El tramo horizontal de dicha pieza es un tubo por el cual pasa la cuerda que tiene su extremo O fijo a tierra y se une en su otro extremo al bloque A; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra y respecto a la pieza.



49.- El extremo A de la barra AB de longitud L se apoya en la superficie vertical fija a tierra, y su extremo B se mueve hacia la derecha con velocidad de magnitud constante v en la superficie horizontal, también fija a tierra; determinar:
a) La ecuación cartesiana de la trayectoria que describe el punto medio de la barra.
b) El vector velocidad de dicho punto para el instante en que la barra forma 45º con la horizontal.

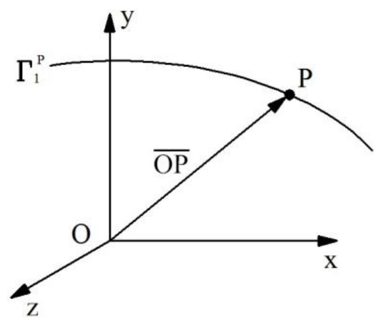


50.- La partícula P se mueve respecto a tierra, y su posición en cualquier instante está dada por:

$$\overline{OP} = e^{t}\ \hat{i} + e^{-t}\ \hat{j} + \sqrt{2}\ \hat{k}$$

demostrar que el radio de curvatura de su trayectoria queda determinado por:

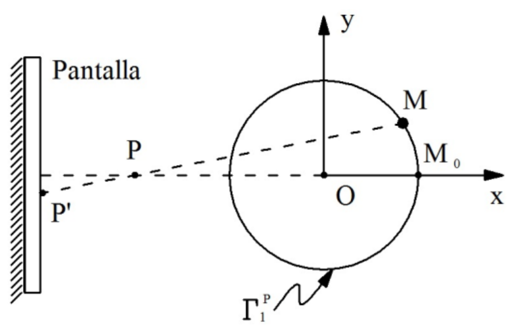
$$\rho(t) = \frac{(\ e^{2t} + e^{-2t}\ )^{3/2}}{2}$$



51.- El punto luminoso M describe respecto a tierra la circunferencia de centro O y radio R mostrada. Dicho punto inicia su movimiento en la posición M_0, ubicada en la horizontal que pasa por O, según la ley:

$$s(t) = b\,R\,t^{2}$$

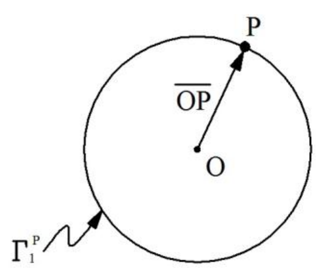
donde b es constante. El punto opaco P, ubicado a la distancia R a la derecha de la pantalla vertical fija a tierra y a la distancia 2R a la izquierda de O, arroja sobre la pantalla la sombra P'; determinar:
a) ¿En que instante la dirección del vector aceleración y la dirección del vector velocidad del punto M, forman entre sí 45º?.
b) El vector velocidad de la sombra respecto a tierra para dicho instante.



52.- La partícula P describe respecto a tierra la circunferencia de centro O mostrada. Si su ley de movimiento es:

$$s(t) = t^{4} - 8\,t$$

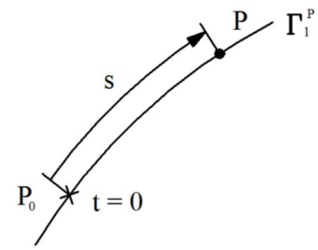
y dos segundos después de haber partido del reposo, la magnitud del vector aceleración total de la partícula es $48\sqrt{2}$ (m/s^2); determinar el radio de la circunferencia.



53.- La partícula P se mueve respecto a tierra de manera que:

$$\bar{a}_1^P \circ \bar{v}_1^P = b^2\,\omega^3\,\mathrm{sen}\,(\omega\, t)$$

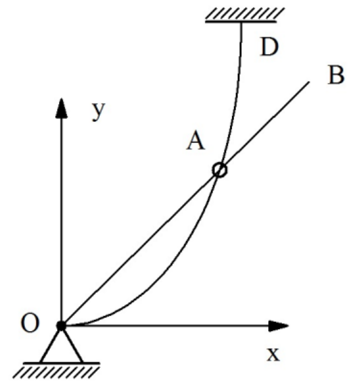
donde b y ω son constantes. Si en t = 0 (s), la partícula parte del reposo y su coordenada curvilínea es nula; determinar la longitud de arco s recorrida por la partícula para t = $2\pi/\omega$.



54.- El anillo A se mueve en el alambre OD fijo a tierra, cuya ecuación es:

$$y = 2\,x^2$$

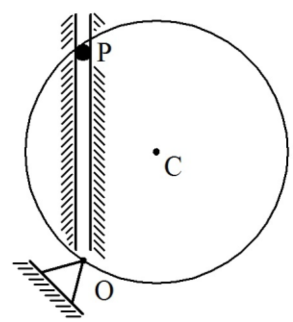
y simultáneamente se mueve a lo largo de la varilla recta OB, articulada a tierra en O. Si la velocidad del anillo respecto a la varilla es de magnitud constante v, alejándose de O; determinar en función de la coordenada x del anillo:
a) El vector velocidad del anillo respecto a tierra.
b) Variación en el tiempo del ángulo que forma la varilla con la horizontal.
c) El vector aceleración del anillo respecto a la varilla.



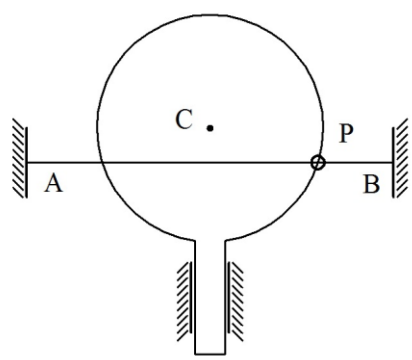
55.- El pasador P se mueve en la ranura vertical fija a tierra y simultáneamente dentro de la superficie del aro de centro C y radio R, articulado a tierra en O. El pasador se mueve respecto al aro en sentido horario según la ley:

$$s\,(t) = \frac{R\,t^2}{8}$$

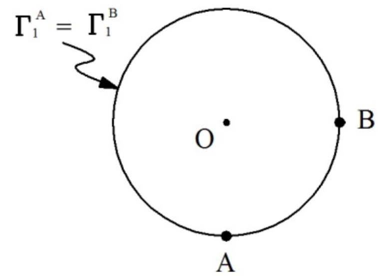
Si P inicia su movimiento desde O; determinar el vector velocidad y el vector aceleración de P respecto a tierra para el instante en que su vector aceleración respecto al aro forma 45º con la dirección del vector velocidad también respecto al aro.
O y P están en la misma vertical.



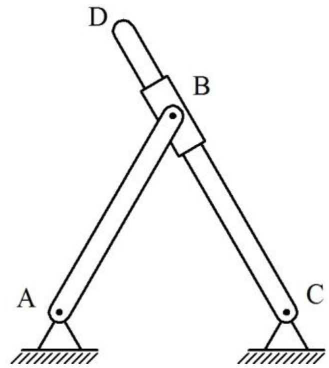
56.- El anillo P se mueve en el alambre horizontal AB fijo a tierra, y simultáneamente en el aro de centro C y radio R, que se desplaza verticalmente hacia abajo con velocidad de magnitud constante v; determinar para el instante en el cual el centro C del aro se encuentra sobre la recta AB:
a) El vector velocidad y el vector aceleración de P respecto a tierra.
b) El vector velocidad y el vector aceleración de P respecto al aro.



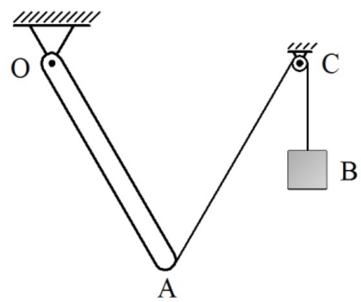
57.- Las partículas A y B se mueven en sentido horario describiendo respecto a tierra una circunferencia común de centro O y radio R, con aceleraciones exclusivamente normales de magnitudes constantes a y 4a respectivamente. Si el movimiento de ambas partículas se inicia en forma simultánea desde la configuración mostrada, donde $\overline{OA}$ es vertical y $\overline{OB}$ es horizontal; determinar el tiempo que tarda la partícula B en alcanzar a la partícula A.



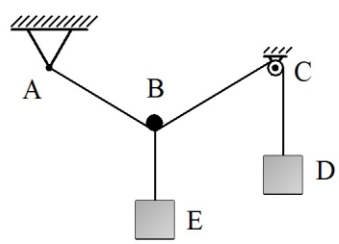
58.- La barra AB de longitud L, está articulada a tierra en A. En el extremo B de dicha barra se conecta el collar de dimensiones despreciables que desliza a lo largo de la barra CD articulada a tierra en C. El collar se mueve respecto a la barra CD alejándose de C con velocidad de magnitud constante v; determinar para la configuración mostrada donde la barra AB forma 60º con la horizontal AC:
a) El vector velocidad del collar respecto a tierra.
b) La variación respecto al tiempo del ángulo que forma la barra AB con la horizontal.
La distancia AC es L.



59.- La barra OA de longitud 3 (m) está articulada a tierra en O. En A se conecta la cuerda que pasa por la polea C de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque B. Si el bloque desciende aceleradamente, y para la posición mostrada su velocidad es 2 (m/s), su aceleración es 4 (m/s^2) y la barra forma 60º con la horizontal OC; determinar para dicha configuración el valor de la primera y segunda derivada respecto al tiempo del ángulo que forma la barra con la horizontal.
La distancia OC es 3 (m).



60.- La cuerda de longitud 15 (m) está unida en su extremo A a tierra y pasa por la polea C de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque D que desciende con velocidad de magnitud constante de 10 (m/s). En el punto medio del tramo de cuerda AC se coloca la polea B igualmente de radio despreciable, la cual se encuentra unida a otra cuerda que sostiene al bloque E; determinar para la configuración mostrada, donde la longitud del tramo de cuerda CD es 5 (m), el vector velocidad y el vector aceleración del bloque E respecto a tierra.
A y C están en la misma horizontal y su separación es 8 (m).



2.5.- RESPUESTAS DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

En las expresiones cinemáticas de velocidades y de aceleraciones el subíndice 1 indica el marco tierra.

Los vectores unitarios $\{\hat{i}, \hat{j}\}$ indicados en las soluciones corresponden a los sentidos horizontal hacia la derecha y vertical hacia arriba respectivamente y además los vectores $\{\hat{p}, \hat{q}\}$ definen otra base ortogonal en el plano.

1.- a) $\bar{V}_1^P = 8\,\hat{i} + 16\,\hat{j}$; $\bar{a}_1^P = 8\,\hat{i} + 16\,\hat{j}$ b) $y = 2x - 6$ c) $s(t) = 4\sqrt{5}\,(2t + t^2)$

2.- $\bar{V}_1^P = \dfrac{8\pi}{3}\,\hat{i}$ (m/s) ; $\bar{a}_1^P = \dfrac{8\pi}{3}\,\hat{i} - \dfrac{16\pi^2}{9}\,\hat{j}$ (m/s^2)

3.- $\bar{a}_1^A = 2\,b\,v^2\,\hat{j}$ (m/s^2)

4.- a) $r = r_o\,e^{\theta}$; b) $a_1^P = \dfrac{2\,r_o^2}{r^3}\,v_o^2$

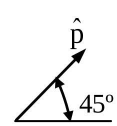
5.- a) $a_1^P = \dfrac{26}{\sqrt{29}}$; b) $\rho = \dfrac{29\sqrt{29}}{\sqrt{165}}$

6.- $V_1^A = \sqrt{\dfrac{2\,(2L - d)\,b}{L\,d}}$

7.- a) $x^2 + \left(y - \dfrac{v}{\omega}\right)^2 = \left(\dfrac{v}{\omega}\right)^2$; b) $\rho = \dfrac{v}{\omega}$; c) $a_{1n}^P = \omega\,v$

9.- $\bar{V}_1^P = 4{,}03\,\hat{i} - 16{,}5\,\hat{j}$ (m/s) ; $t = 0{,}71$ (s)

10.- $\bar{V}_1^P = -\dfrac{\pi R}{2}\,\hat{i}$; $\bar{a}_1^P = -\dfrac{\pi R}{4}\,\hat{i} - \dfrac{\pi^2 R}{4}\,\hat{j}$



$\bar{V}_2^P = -\dfrac{\sqrt{2}\,\pi R}{4}\,\hat{p}$; $\bar{a}_2^P = -\dfrac{\sqrt{2}\,(2 + \pi)\,\pi R}{16}\,\hat{p}$

donde 2 es la barra

11.- $\bar{V}_1^{C2} = v\,\hat{i} + \dfrac{1}{2}\,v\,\hat{q}$; $\bar{a}_1^{C2} = -\dfrac{1}{8h}\,v^2\,\hat{p} + \dfrac{\sqrt{3}}{12h}\,v^2\,\hat{q}$

donde 2 es la barra

12.- $\bar{V}_1^P = -\sqrt{2}\,v\,\hat{i}$; $\bar{a}_1^P = \dfrac{1}{R}\,v^2\,\hat{i} + \dfrac{2}{R}\,v^2\,\hat{j}$

13.- $\bar{a}_1^P = -\dfrac{x}{(1+x^2)^2}\ v^2\ \hat{i} + \dfrac{1}{(1+x^2)^2}\ v^2\ \hat{j}$

14.- $\bar{a}_1^P = -\dfrac{\theta\,(2+\theta^2)}{3(1+\theta^2)^2}\ v^2\,\hat{e}_r + \dfrac{(2+\theta^2)}{3(1+\theta^2)^2}\ v^2\,\hat{e}_\theta$

15.- En $\theta = 0$, $\bar{V}_1^P = 2b\omega\ \hat{j}$; En $\theta = \dfrac{\pi}{2}$, $\bar{V}_1^P = -\,b\omega\ \hat{i} - b\omega\ \hat{j}$

En $\theta = \pi$, $\bar{V}_1^P = \bar{0}$; En $\theta = -\dfrac{\pi}{2}$, $\bar{V}_1^P = b\omega\ \hat{i} - b\omega\ \hat{j}$

16.- $\bar{V}_1^{B3} = v\ \hat{j}$; $\bar{a}_1^{B3} = -\dfrac{2\sqrt{2}}{R}\ v^2\ \hat{j}$

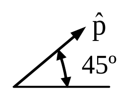
donde 3 es la barra

17.- $\bar{V}_1^P = -\dfrac{1}{2}\,v\ \hat{i} - v\ \hat{j}$ (m/s) ; $\bar{a}_1^P = -\dfrac{1}{20}\ v^2\ \hat{i}$ (m/s^2)

$\bar{V}_2^P = -\dfrac{1}{2}\ v\ \hat{i}$ (m/s) ; $\bar{a}_2^P = -\dfrac{1}{20}\ v^2\ \hat{i}$ (m/s^2)

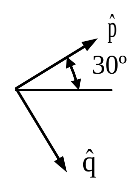
donde 2 es la pieza

18.- $\bar{V}_2^P = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\ v\ \hat{p}$; $\bar{a}_2^P = \dfrac{\sqrt{2}}{4b}\ v^2\ \hat{p}$



donde 2 es la barra

19.- a) $\dot{\beta} = \dfrac{1}{R}\ v$; b) $\bar{a}_2^A = \dfrac{2\sqrt{3}}{R}\ v^2\ \hat{p} + \dfrac{4}{R}\ v^2\ \hat{q}$



20.- $\bar{V}_1^A = \sqrt{2}\,v\ \hat{i}$; $\bar{a}_1^A = \dfrac{1}{b}\ v^2\ \hat{i}$

21.- $\bar{V}_1^P = \bar{0}$; $\bar{a}_1^P = -\dfrac{L}{4}\ \omega^2\ \hat{i} + \dfrac{L\sqrt{3}}{2}\ \omega^2\ \hat{j}$

$\bar{V}_2^P = \dfrac{L\sqrt{3}}{2}\ \omega\ \hat{i}$; $\bar{a}_2^P = -\dfrac{L}{4}\ \omega^2\ \hat{i}$

donde 2 es la pieza triangular

22.- $\bar{V}_1^P = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{2\pi b}\ R\ \hat{i}$

$\bar{a}_1^P = 2bR\ \hat{i} - 2(3 - 2\sqrt{2})\,\pi b R\ \hat{j}$

23.- $a_{1t}^{P} = 0$

24.- $s = b\,\omega\,t$

25.- b) $a_{1r}^{P} = \dfrac{3}{4b}\,v^2$

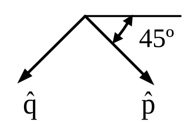
26.- a) $\bar{a}_1^{P} = -\sqrt[3]{\dfrac{L\,b^2}{3}}\;\hat{j}$; b) $\bar{a}_1^{P} = \left[\dfrac{(3+\pi)\,L\,b^2}{6}\right]^{\frac{1}{3}}\hat{i} + \dfrac{b^2}{288L}\left[\dfrac{36\,(3+\pi)\,L}{b}\right]^{\frac{4}{3}}\hat{j}$

27.- $\bar{V}_1^{C2} = -\sqrt{2}\,v\,\hat{i}$; $\bar{a}_1^{C2} = \dfrac{1}{R}\,v^2\,\hat{i} + \dfrac{2}{R}\,v^2\,\hat{j}$

donde 2 es la barra

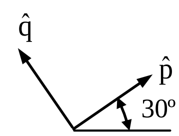
28.- $\bar{V}_1^{P} = \dfrac{3\pi R}{4}\,\hat{p}$; $\bar{a}_1^{P} = \dfrac{\pi R}{2}\,\hat{p} + \dfrac{27\pi^2 R}{48}\,\hat{q}$

$\bar{V}_2^{P} = -\dfrac{3\sqrt{2}\,\pi R}{8}\,\hat{j}$; $\bar{a}_2^{P} = -\dfrac{\sqrt{2}\,(8+9\pi)\,\pi R}{32}\,\hat{j}$



donde 2 es la pieza

29.- $\bar{V}_1^{A} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\,v\,\hat{p}$; $\bar{a}_1^{A} = \bar{0}$

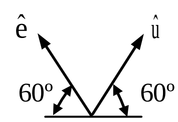


$\bar{V}_2^{A} = \dfrac{1}{2}\,v\,\hat{q}$; $\bar{a}_2^{A} = \bar{0}$

donde 2 es el brazo

30.- $\bar{V}_1^{P} = \dfrac{2\pi}{3}\,\hat{i} + \dfrac{2\sqrt{3}\,\pi}{3}\,\hat{j}$ (m/s)

31.- $\bar{V}_1^{P} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\,v\,\hat{e}$; $\bar{V}_2^{P} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}\,v\,\hat{u}$



donde 2 es el aro

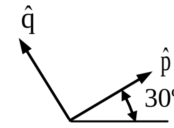
32.- $\rho = \dfrac{2b\sqrt{2\,(1+\cos(\omega t))}}{3}$

33.- a) $y = h - \dfrac{g}{2}\sqrt[3]{\left(\dfrac{3x}{\omega\,g\cos\lambda}\right)^2}$; b) $\delta = \dfrac{2\,\omega\,h\cos\lambda}{3}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

35.- $\bar{V}_1^{P} = \sqrt{3}\,R\,\omega\,\hat{j}$; $\bar{a}_1^{P} = 3R\,\omega^2\,\hat{i} - \dfrac{R}{2}\,\omega^2\,\hat{j}$

36.- $\overline{V}_1^{A} = \sqrt{2}\, v\ \hat{i}$; $\overline{a}_1^{A} = -\dfrac{1}{R}\, v^2\ \hat{i} - \dfrac{2}{R}\, v^2\ \hat{j}$

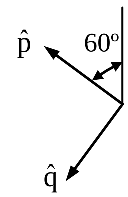
37.- $\overline{V}_1^{B2} = -\ v\ \hat{i} - \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\ v\ \hat{q}$; $\overline{a}_1^{B2} = -\dfrac{1}{3R}\ v^2\ \hat{p} + \dfrac{7\sqrt{3}}{9R}\ v^2\ \hat{q}$



donde 2 es la barra

38.- $\overline{V}_1^{P} = \left(\dfrac{\sqrt{3}\,L}{2}\ \omega + v\right)\hat{p} + \dfrac{L}{2}\ \omega\ \hat{q}$

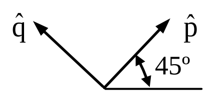
$\overline{a}_1^{P} = -\dfrac{3L}{4}\ \omega^2\ \hat{p} + \left(2\,\omega\, v + \sqrt{3}\, L\, \omega^2\right)\hat{q}$



39.- $\overline{V}_1^{C} = \overline{0}$; $\overline{a}_1^{C} = 2\,\omega^2\, L\, \hat{j}$

40.- $\overline{V}_1^{P} = -\ 0{,}35v\ \hat{i} + 0{,}53v\ \hat{j}$ (m/s)

41.- $\overline{a}_1^{P} = R\,\omega^2\ \hat{p} + \left(L - \dfrac{R\,\pi}{4}\right)\omega^2\ \hat{q}$



42.- a) $a_{1t}^{P} = b\,\omega^2\, r_o\, \sqrt{1+b^2}\ e^{b\,\omega\, t}$; $a_{1n}^{P} = r_o\, \omega^2\, \sqrt{1+b^2}\ e^{b\,\omega\, t}$

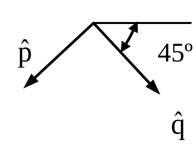
b) $\rho = r_o\, \sqrt{1+b^2}\ e^{b\,\omega\, t}$

43.- $r(t) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(v\,t + \sqrt{2}\, r_o\right)$; $\theta(t) = \mathrm{Ln}\left(\dfrac{\sqrt{2}\, v}{2\, r_o}\ t + 1\right)$

44.- $a_{1\,r}^{P} = \dfrac{8\,\lambda^2\, r_o^2}{r^5}$; donde λ es constante

45.- $\overline{a}_1^{A} = -\dfrac{b^4}{a^2\, y^3}\ v^2\ \hat{j}$

46.- $\overline{V}_1^{A} = \dfrac{\pi\, R}{4}\ \hat{p}$; $\overline{a}_1^{A} = \dfrac{\pi\, R}{8}\ \hat{p} + \dfrac{\pi^2\, R}{16}\ \hat{q}$



47.- $\overline{V}_1^{C} = -\sqrt{2}\, v\ \hat{i}$; $\overline{a}_1^{C} = \dfrac{1}{R}\ v^2\ \hat{i} - \dfrac{2}{R}\ v^2\ \hat{j}$

48.- $\overline{V}_1^A = 2\,v\,\hat{j}$; $\overline{a}_1^A = \overline{0}$

$\overline{V}_2^A = v\,\hat{j}$; $\overline{a}_2^A = \overline{0}$

donde 2 es la pieza

49.- a) $x^2 + y^2 = \left(\dfrac{L}{2}\right)^2$; b) $\overline{V}_1^{C\,2} = \dfrac{1}{2}\,v\,\hat{i} - \dfrac{1}{2}\,v\,\hat{j}$

donde 2 es la barra y C su punto medio

51.- a) $t = \sqrt{\dfrac{1}{2\,b}}$; b) $\overline{V}_1^{P'} = -\,0{,}47\,\sqrt{b}\,R\,\hat{j}$

52.- R = 12 (m)

53.- s = 8 b

54.- a) $\overline{V}_1^A = \dfrac{\sqrt{1+4\,x^2}}{(1+8\,x^2)}\,v\,\hat{i} + \dfrac{4\,x\sqrt{1+4\,x^2}}{(1+8\,x^2)}\,v\,\hat{j}$; b) $\dot{\varphi} = \left[\dfrac{2}{(1+8\,x^2)\sqrt{1+4\,x^2}}\right] v$

c) $\overline{a}_2^A = \overline{0}$

donde 2 es la varilla OB

55.- $\overline{V}_1^P = \dfrac{R}{2}\cos\left(\dfrac{1}{4}\right)\hat{j}$; $\overline{a}_1^P = \dfrac{R}{16}\left(4\cos\left(\dfrac{1}{4}\right) - \text{sen}\left(\dfrac{1}{4}\right)\right)\hat{j}$

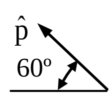
56.- a) $\overline{V}_1^P = \overline{0}$; $\overline{a}_1^P = -\dfrac{1}{R}\,v^2\,\hat{i}$

b) $\overline{V}_2^P = v\,\hat{j}$; $\overline{a}_2^P = -\dfrac{1}{R}\,v^2\,\hat{i}$

donde 2 es el aro

57.- $t = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{R}{a}}$

58.- a) $\overline{V}_1^B = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\,v\,\hat{p}$



b) $\dot{\theta} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3\,L}\,v$

59.- $\dot{\theta} = -\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$ (rad/s) ; $\ddot{\theta} = -\dfrac{64\sqrt{3}}{81}$ (rad/s^2)

60.- $\overline{V}_1^E = \dfrac{25}{3}\,\hat{j}$ (m/s) ; $\overline{a}_1^E = \dfrac{400}{27}\,\hat{j}$ (m/s^2)